Schriftenreihe der Forstlichen Bundesversuchsanstalt Mariabrunn
in Wien / Nr.: 6

Dipl.-Ing. Dr. Rudolf FRAUENDORFER

# PLANUNG UND DURCHFÜHRUNG VON STICHPROBENAHMEN

1957

KOMMISSIONSVERLAG GEORG FROMME & Co., WIEN UND MÜNCHEN

Druckfehlerberichtigungen:

Wir bitten, folgende Fehler zu berichtigen:

1.) Seite 20: Zeile 7 v. o.: setze statt $\lambda = \infty$ $\lambda = \alpha$

2.) Seite 28: Zeile 5 v. u.: statt Brusthöhenmesser = Brusthöhendurchmesser.

# P L A N U N G U N D D U R C H F Ü H R U N G V O N

# S T I C H P R O B E N A H M E N.

Dipl.Ing.Dr.Rudolf Frauendorfer

Abgeschlossen: Oktober 1955.

## I n h a l t

## Einführung:

Die vorliegende Arbeit bezweckt, Einblick in einige Probleme der Stichprobenahme nach mathematisch-statistischen Grundsätzen zu geben. Eine umfassende Behandlung dieser Frage ist in diesem Rahmen nicht möglich. Sie muß auch, zumindest soweit es die Theorie betrifft, dem Mathematiker überlassen bleiben. Der Zweck dieser Arbeit erscheint daher erfüllt, wenn sie auch dem interessierten Praktiker einige Anregungen für die Anwendung der Stichprobenahme gibt. Ein besseres Verständnis, besonders für die mathematischen Grundlagen der Statistik, kann aber nur durch das Studium der einschlägigen Fachliteratur gewonnen werden.

Zu Beginn der Arbeit wird kurz über die Planung von Stichprobenerhebungen gesprochen. Es folgt ein Absatz über die auftretenden Fehler, eine Zusammenstellung der wichtigsten Formeln und eine Darstellung der gebräuchlichsten Methoden der Stichprobenahme. Die einfache, stratifizierte und mehrstufige Stichprobe und die Gruppenstichprobe werden besprochen, und ihre Eigenheiten an einigen einfachen Beispielen erläutert.

Es folgt eine Reihe von Beispielen, die unter Verwendung der genauen Vollaufnahme eines Bestandes einigen Einblick in die Arbeitsmethode geben.

## E I N L E I T U N G:

Die Anwendung der Methoden der mathematischen Statistik blieb bisher fast nur auf die Planung und Auswertung bestimmter wissenschaftlicher Untersuchungen beschränkt, aber auch die Forstwissenschaft bedient sich dieses Hilfsmittels erst seit relativ kurzer Zeit in größerem Umfange.

Während in den angelsächsischen Ländern und in Skandinavien die statistischen Methoden schon seit Jahren in großem Umfang in gewissen praktischen Arbeitsgebieten Eingang gefunden haben, und in den letzten Jahren auch in Deutschland große Fortschritte erzielt wurden, hat in Österreich die forstliche Praxis noch kaum Kenntnis von diesen Arbeitsmethoden genommen. Diese Tatsache beschränkt sich allerdings nicht auf das Forstwesen allein, die Anwendung statistischer Methoden ist in Mitteleuropa auf allen Gebieten viel weniger entwickelt als z.B. in Amerika.

Es kann aber keine Frage sein, daß die überaus große Zahl forstlicher Probleme, auf deren Klärung die Praxis wartet, ebenso wie die großräumigen Aufgaben einer forstlichen Inventur und Statistik, die alleine die Unterlagen für eine vorausschauende Forstpolitik liefern können, sowie die stets steigenden Anforderungen an die Genauigkeit bestimmter Aussagen nur mit Hilfe statistischer Methoden einer befriedigenden, rechtzeitigen und finanziell tragbaren Lösung zugeführt werden können.

Die notwendige geistige Umstellung wird umso leichter fallen, je mehr man erkennt, welch große Vorteile die richtige Anwendung dieser Methoden bietet. Es soll hier besonders auf die weitgehende Entlastung von untergeordneter und unbefriedigender Massenarbeit, die Schnelligkeit der Auswertung besonders bei Anwendung der Lochkartenrechnung, vor allem aber auf die Möglichkeit von Genauigkeitsangaben hingewiesen werden. Genügend Zeit und einwandfreie Unterlagen für eine verantwortungsvolle Planungsarbeit sowie eine sichere Erfolgskontrolle bilden die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Arbeit des Forstmannes in allen Sparten der Forstwirtschaft.

Es wird eine nicht zu unterschätzende Aufgabe der Hochschule und der Versuchsanstalt sein, die Möglichkeiten der Anwendung mathematisch-statistischer Methoden zu prüfen und für österreichische Verhältnisse geeignete Verfahren auszuarbeiten.

Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf die Frage der Stichprobenahme, da deren Anwendung für die Praxis von größerer Bedeutung ist als die mancher anderer Methoden, die hauptsächlich auf wissenschaftliche Arbeiten beschränkt bleiben.

## I. A L L G E M E I N E S:

Das Objekt einer statistischen Untersuchung ist eine G e s a m t h e i t, die aus einer bestimmten Anzahl von E i n h e i t e n besteht. Man untersucht ein M e r k m a l dieser E i n h e i t e n auf seine S u m m e und die Art seiner V e r t e i l u n g in der G e s a m t h e i t und gewinnt dabei gewisse statistische K e n n z i f f e r n.

Die Vollaufnahme besteht in einer vollständigen Erfassung aller in der Gesamtheit enthaltenen Einheiten, die dann bezüglich ihrer Merkmale untersucht und gruppiert werden. Es ist verständlich, daß diese Methode mit Größerwerden der Gesamtheit auf Schwierigkeiten arbeitstechnischer Natur stößt, die schließlich eine Vollaufnahme überhaupt in Frage stellen können. Vor allem sind aber die finanziellen Schwierigkeiten nicht zu unterschätzen. Die Kosten der Aufnahme verhalten sich ungefähr proportional zur Größe der Gesamtheit, ja sie steigen noch darüber hinaus, da sich bei sehr großen Gesamtheiten teure Organisationsmaßnahmen nicht vermeiden lassen.

Haben sich nun solche Schwierigkeiten eingestellt, dann tritt in den meisten

Fällen an Stelle der Vollaufnahme die S c h ä t z u n g. Man geht also sprungartig von der genauesten zur unsichersten Methode über. Es besteht aber kein Zweifel, daß auf den meisten Gebieten, die derzeit fast nur der Schätzung überlassen sind, mit gutem Erfolg statistische Methoden eingesetzt werden könnten. Auch die Tatsache, daß manche spezialisierte Fachleute unter bestimmten Umständen für bestimmte Gesamtheiten recht brauchbare Schätzungen durchführen können, befriedigt nicht. Es besteht ja nur selten eine Möglichkeit, die Genauigkeit solcher Schätzwerte zu überprüfen. Die Tatsache, daß sich die Forstwirtschaft meist mit sehr umfangreichen Gesamtheiten beschäftigt, hat zu einer sehr allgemeinen Anwendung von Schätzungen im Forstwesen geführt. Man kann die Beobachtung machen, daß ganz grobe und unkontrollierbare Schätzwerte sich mit größter Hartnäckigkeit lange Zeit als Unterlage für die "tiefschürfendsten" Untersuchungen, besonders auf forstpolitischem Gebiet, erhalten. Sie sind meist überhaupt keine Diskussion wert und könnten in den meisten Fällen durch eine schnelle und genaue Stichprobenahme ersetzt werden. Es scheint, daß hier oft bereits der richtige Maßstab für die Bewertung einer Schätzung abhanden gekommen ist, sonst könnte man mit Schätzwerten nicht wie mit "wahren Werten" manipulieren.

Die <u>Stichprobenahme</u> bietet einen Ausweg aus dieser Sackgasse. Von den in der Gesamtheit enthaltenen Einheiten wird eine bestimmte Anzahl in die Stichprobe aufgenommen und von der Stichprobe auf die Gesamtheit geschlossen. Bei richtiger Anwendung der Stichprobenahme und geeigneter Gesamtheit ist nun eine Kontrolle des Stichprobenfehlers möglich.

Entscheidend für die Richtigkeit der Ergebnisse ist die Art der Auswahl der in die Stichprobe einbezogenen Einheiten. Eine s u b j e k t i v e Auswahl scheidet aus, da sie die Gefahr großer systematischer Fehler birgt und eine Anwendung der statistischen Rechenmethoden unmöglich macht. Die o b j e k t i v e Auswahl der Einheiten kann rein z u f ä l l i g nach Art eines

Lotteriespieles, oder s y s t e m a t i s c h nach einem starren Schema erfolgen. Meist wird man bei forstlichen Fragen die systematische Methode vorziehen, da sie arbeitstechnisch leichter durchführbar ist.

Die Stichprobenahme ist aber nicht nur ein E r s a t z für die Vollaufnahme. Sie bedeutet eine einwandfreie Messung und Kontrolle der Zuverlässigkeit statistischer Werte mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Für eine gute Planung und Anlage einer Stichprobenahme ergeben sich nach D e m i n g (2) folgende wichtige Regeln

a) Festlegung der Zuverlässigkeit bei tragbaren Kosten.

b) Die Stichprobe soll so angelegt werden, daß sie die gewünschte Genauigkeit bei geringsten Kosten erreicht und dabei die personellen und physischen Möglichkeiten beachtet.

c) Abschätzen der tatsächlich erreichten Genauigkeit in bezug auf die wichtigsten Merkmale und Auswertung der Unterschiede verschiedener Methoden. Zusammenstellen der Kosten für die verschiedenen Phasen der Arbeit und der Messungen, die für weitere Arbeiten verwendet werden können.

Ein gutes Arbeitsprogramm weist daher etwa folgende Eigenschaften auf:

a) Der Umfang der Stichprobe und die Zuverlässigkeit der Ergebnisse muß dem Zweck der Arbeit entsprechen.

b) Die Arbeit muß rasch und wissenschaftlich einwandfrei durchgeführt werden.

c) Das Ergebnis muß für die untersuchte Gesamtheit repräsentativ sein.

d) Das Ergebnis muß genau und richtig ausgelegt werden, es muß aber leicht und allgemein verständlich dargestellt werden.

Bei umfangreichen Erhebungen erscheint es günstig, folgende Arbeitsphasen einzuhalten, von denen aber bei kleinen und einfachen Arbeiten manche übersprungen werden können:

1) Das statistische Problem und das Ausmaß der wirklich benötigten Information

wird festgelegt.

2) Die Gesamtheit wird genau bestimmt und abgegrenzt und alle über sie bereits vorhandenen Unterlagen gesammelt.

3) Die Art der Stichprobenahme wird bestimmt und geeignete Formulare für diesen Zweck entwickelt.

4) Es werden verschiedene Methoden auf ihre Eignung für diese Untersuchung geprüft und, wenn möglich, ein Kostenvergleich aufgestellt.
Auf Grund dieser Überlegungen können die Punkte 1 - 3 nochmals revidiert werden z.B. Einschränken der Untersuchung auf kleinere Gesamtheit oder weniger vollständige Information. Möglicherweise auch Abgehen von der Stichprobenahme, wenn sie undurchführbar erscheint, oder zu kostspielig würde.

5) Wenn nötig, werden Vorversuche angestellt, um z.B. das benötigte Aufnahmeprozent, Streuungswerte oder den persönlichen Fehler der verschiedenen Mitarbeiter abschätzen zu können.

6) Es werden eine unmißverständliche Arbeitsanweisung und die Formulare in allen Einzelheiten aufgestellt.

7) Durchführung einer Probeerhebung zur Kontrolle der Arbeitsanweisung und der Formulare.

8) Durchführung und Auswertung der Stichprobenerhebung.

9) Fehlerrechnung und Auslegung der Ergebnisse.

Es ist also ganz besonders darauf zu achten, daß der Erfolg einer Stichprobenahme außerordentlich von einer wohlüberlegten und peinlich genauen Planung und Vorbereitung abhängt.

<u>Zur Frage der auftretenden Fehler:</u>

Für die Lösung eines Problemes gibt es immer ein "bevorzugtes Verfahren", dessen Ergebnis vergleichsweise als "wahrer Wert" angenommen werden kann.

Meist handelt es sich um die Vollaufnahme. Ist dieses Verfahren zu kostspielig, zu zeitraubend, oder aus irgend einem Grund nicht durchführbar, so ersetzen wir es durch ein anderes Verfahren. Die Möglichkeit einer Schätzung ist auch nicht von der Hand zu weisen, da es Probleme gibt, die sich einer Untersuchung entziehen. Zur Wahl steht aber meist die objektive Stichprobenahme in einer ihrer mathematisch einwandfreien Methoden. Jedes Aufnahmeverfahren weist einen *Verfahrensfehler* auf, die Stichprobe zusätzlich einen *Stichprobefehler*. Der Verfahrensfehler kann in seiner Größe nur abgeschätzt werden, manchmal ist auch das unmöglich. Der Stichprobefehler kann berechnet werden, er ist die *Genauigkeit* einer Stichprobenahme. Es ist ersichtlich, daß es besonders wichtig ist, die Ursachen für das Auftreten von Verfahrensfehlern zu untersuchen. Verfahrensfehler treten sowohl bei Vollaufnahmen als auch bei Stichprobenahmen auf. Bei gleicher Aufnahmetechnik sind sie auch gleich groß. Ursachen solcher Fehler sind zum Beispiel

> Falsche Problemstellung, ungeeignete Aufnahmeformulare, Geräte- und Instrumentenfehler, falsche Abgrenzung der Gesamtheit, Auslassungsfehler, Schreib- und Lesefehler, persönliche Fehler des Erhebenden, absichtlich falsche Beantwortung von Fragen je nach der Natur des Fragestellers (z.B. Finanzamt), falsche Auslegung der Ergebnisse.

Bei Stichprobenahmen können noch weitere Fehler entstehen wie z.B.:

> Fehlerhafte Auswahl bei subjektiver Stichprobenahme, Verwenden ungeeigneter Formeln.

Diese Fehler können allerdings bei korrekter Arbeit vermieden werden.

Bei der Vollaufnahme ist der Gesamtfehler gleich dem Verfahrensfehler

(1) $V = v_1$

Bei der Stichprobe setzt sich der Gesamtfehler aus dem Verfahrensfehler und dem Stichprobenfehler zusammen

(2) $$V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

Beispiel. Bei einer Bestandesmassenermittlung tritt infolge verschiedener Meßfehler, Auslassungen und ungeeigneter Massentafel ein Verfahrensfehler $v_1$ auf. Bei der Stichprobenahme kommt noch ein Stichprobenfehler $v_2$ dazu. Zu beachten ist, daß normalerweise nur der Stichprobenfehler in seiner Größe bekannt ist. Hier wird aber angenommen, daß auch der Verfahrensfehler zahlenmäßig feststeht.

Es entstehen nun folgende Gesamtfehler:

Vollaufnahme:

$v_1 = 10$ %, $\underline{V = 10\ \%}$

Stichprobe:

$v_1 = 10$ %, $v_2 = 10$ %, $\underline{V = 14{,}14\ \%}$

$v_1 = 5$ %, $v_2 = 10$ %, $\underline{V = 11{,}18\ \%}$

$v_1 = 5$ %, $v_2 = 5$ %, $\underline{V = 7{,}08\ \%}$

Wird also bei der Stichprobenahme sowohl $v_1$ als auch $v_2$ entsprechend reduziert, so ist es möglich, ein genaueres Resultat als bei der Vollaufnahme zu erreichen, wobei angenommen wird, daß $v_1$ bei der Vollaufnahme aus wirtschaftlichen Gründen nicht weiter erniedrigt werden kann. Wird, wie in diesem Beispiel, $v_1$ von 10 % auf 5 % reduziert, so ist dies oft mit nur geringen Mehrkosten durch eine Verbesserung der Aufnahmetechnik zu erreichen. Der geringe Umfang der Stichprobe gestattet dies. Vor allem sind Ermüdungsfehler leichter auszuschalten, zusätzliche Messungen können durchgeführt werden, ein besser geschultes Aufnahmepersonal kann eingesetzt werden u.s.w. Die Verringerung von $v_2$ stößt dagegen meist auf beträchtliche Schwierigkeiten. Wird $v_2$ auf die Hälfte reduziert, (10 % auf 5 %) so vervierfachen sich die Kosten, da die Stichprobe nun den vierfachen Umfang erhält.

Es ist also von besonderer Bedeutung, bei Stichproben, $v_1$ möglichst niedrig zu halten.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß es fehlerhaft ist, einfach die Differenz der Ergebnisse einer Vollaufnahme und einer Stichprobenahme als Fehler der Stichprobe zu bezeichnen. Dies kommt manchmal vor, wenn bei einer Stichprobenahme keine Streuungsberechnung durchgeführt wird. Richtig ist ein Vergleich nur dann, wenn die bei beiden Verfahren unterlaufenen Fehler berücksichtigt werden.

## II. ZUSAMMENSTELLUNG EINIGER WICHTIGER BEZEICHNUNGEN UND FORMELN.

### Die Gesamtheit

Die Gesamtheit besteht aus N Einheiten. Die Merkmale der Einheiten $a_1$, $a_2$, .............. $a_N$ besitzen eine Verteilung mit der Streuung $\sigma^2$, der mittleren Abweichung $\sigma$ , dem Durchschnitt $\mu$ und der Summe A.

(3) $$A = S\, a_i$$

(4) $$\mu = \frac{A}{N}$$

(5) $$\sigma^2 = \frac{S\,(a_i - \mu)^2}{N - 1} = \frac{S\, a_i^2 - \mu S\, a_i}{N - 1}$$

(6) $$\sigma = \sqrt{\frac{S\,(a_i - \mu)^2}{N - 1}} = \sqrt{\frac{S\, a_i^2 - \mu\, S\, a_i}{N - 1}}$$

(7) $$\gamma = \frac{\sigma}{\mu}$$ = Der Streuungskoeffizient der Gesamtheit. Wird häufig in % ausgedrückt, also:

(8) $$\gamma\% = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100$$

Anmerkungen: $a_i$ = Das Merkmal a der Einheit i.

$N - 1$ = Der Freiheitsgrad.

$S$ = Steht für "Summe".

Die Stichprobe:

Die Stichprobe besteht aus n Einheiten der Gesamtheit mit den Merkmalen $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$. $x_i$ kann alle Werte $a_i$ annehmen. Die Stichprobe besitzt einen Durchschnitt $\bar{x}$, eine Streuung $s^2$, eine mittlere Abweichung $s$ und eine Summe $X$. Weiters besitzt sie eine Streuung des Durchschnittes $s^2_{\bar{x}}$, eine mittlere Abweichung des Durchschnittes vom Durchschnitt der Gesamtheit $s_{\bar{x}}$ (Stichprobenfehler) und einen Streuungskoeffizienten des Durchschnittes $c_{\bar{x}}$.

(9) $$X = S\, x_i$$

(10) $$\bar{x} = \frac{S\, x_i}{n} = \frac{X}{n}$$

(11) $$s^2 = \frac{S\,(x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{S\, x_i^2 - \bar{x}\, S\, x_i}{n - 1} = \frac{S\, x_i^2 - \bar{x}\,.\,X}{n - 1}$$

(12) $$s = \sqrt{s^2}$$

(13) $$c = \frac{s}{\bar{x}}$$ = Der Streuungskoeffizient der Stichprobe. Wird häufig in % ausgedrückt, also:

(14) $$c\,\% = \frac{s}{\bar{x}}\,.\,100$$

(15) $$s^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

(16) $$s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(17) $$c_{\bar{x}} = \frac{\gamma}{\sqrt{n}}$$ = Der Streuungskoeffizient des Durchschnittes der Stichprobe. Meist in % ausgedrückt, also:

(18) $$c_{\bar{x}}\,\% = \frac{\gamma\,\%}{\sqrt{n}}$$

Anmerkung: Die in den Formeln (15) bis (18) enthaltenen Werte für die Streuung $\sigma^2$, mittlere Abweichung $\sigma$ und den Streuungskoeffizienten $\gamma$ der Gesamtheit können nicht aus der Stichprobe gewonnen werden. Sie sind entweder aus Vollaufnahmen vergleichbarer Gesamtheiten bekannt, oder werden geschätzt. Besitzt die Stichprobe einen großen Umfang (n groß), so können dafür die Werte $s^2$, s, c gesetzt werden.

Es werden langwierige und umfangreiche Untersuchungen notwendig sein, um einen ausreichenden Einblick in die Streuungsverhältnisse jener Gesamtheiten zu gewinnen, die für forstliche Untersuchungen in Frage kommen. Vor allem müssen Waldbestände der verschiedenen Altersklassen, Bestockungsgrade, Holzartenmischungen und Bestandesstrukturen auf die Streuungsverhältnisse der wichtigsten Merkmale, wie Masse, Stammzahlen, Höhen, Zuwachs, Rindenanteil, Kronenlänge usw. untersucht werden. Der Praxis können dadurch wichtige Unterlagen für die zweckmäßige Planung und Durchführung von Stichprobenahmen gegeben werden. Eine entsprechende Auswertung der Ergebnisse der derzeit laufenden Waldstandsaufnahme kann eine zukünftige Revision auf statistischer Grundlage bedeutend erleichtern. Eine Auswertung des Materials der land- und forstwirtschaftlichen Betriebszählung könnte z.B. Unterlagen für eine rasche und relativ billige Untersuchung des Kleinwaldbesitzes erbringen. Die Anzahl dieser Beispiele kann beliebig vergrößert werden.

Die Formeln (15) bis (18) gelten für Stichproben, bei denen jede in die Stichprobe aufgenommene Einheit bei Entnahme weiterer Stichproben mehrmals gezogen werden kann. Ein Los wird aus der Urne entnommen und nach Abschluß der Stichprobe wieder in die Urne zurückgelegt. Dieses Los nimmt an einer neuen Verlosung wieder teil. Wird die Stichprobe ohne Zurücklegen der bereits gezogenen Einheiten entnommen, dann werden folgende Formeln verwendet:

(15a) $$s_{\bar{x}}^{2\prime} = \frac{N - n}{N - 1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$$

(16a) $$s_{\bar{x}}' = \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(17a) $$c'_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N - n}{N - 1} \cdot \frac{\gamma}{n}}$$

(18a) $$c'_{\bar{x}}\% = \sqrt{\frac{N - n}{N - 1} \cdot \frac{\gamma\%}{n}}$$

An Stelle von $\frac{N - n}{N - 1}$ kann als guter Näherungswert $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$ treten,

und an Stelle von $\sqrt{\frac{N - n}{N - 1}}$ tritt $\left(1 - \frac{n}{2N}\right)$.

Analytische Untersuchungen:

Eine rein zahlenmäßige Untersuchung will nur die in Zahlen ausdrückbaren Merkmale der untersuchten Gesamtheit feststellen, ohne nach den Ursachen zu fragen, die diese Gesamtheit in ihrer derzeitigen Form hervorgebracht haben. Bei dieser Untersuchung wird also durch eine Vollaufnahme der Gesamtheit der "wahre Wert" festgestellt. Es gibt nur einen Verfahrensfehler, während der Stichprobenfehler nicht in Erscheinung tritt.

Bei einer analytischen Untersuchung wird aber nach der Ursache gefragt, die die vorliegende Gesamtheit, aber auch alle übrigen gleichartigen Gesamtheiten, hervorbringt. Die verschiedenen Gesamtheiten können dabei räumlich getrennt oder zeitlich hintereinander entstehen. Die Gesamtheit dieser Untersuchung ist dann die Summe aller Gesamtheiten, die durch eine bestimmte Ursache hervorgebracht werden können. Eine Vollaufnahme einer bestimmten Gesamtheit bringt noch nicht den "wahren Wert", sondern man kann, wie bei jeder anderen Stichprobe auch, eine mittlere Abweichung des Durchschnittes berechnen. Die entsprechenden Formeln lauten:

(19) $$\sigma_{\mu}^2 = \frac{\sigma^2}{N}$$ = Die Streuung der Durchschnitte in ihrer Verteilung.

(20) $$\sigma_{\mu} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$ = Die mittlere Abweichung, bzw. die Genauigkeit von $\mu$.

(21) $\gamma_\mu = \dfrac{\gamma}{\sqrt{N}}$ = Der Streuungskoeffizient der Gesamtheit einer analytischen Untersuchung. Wird häufig in % ausgedrückt, also:

(22) $\gamma_\mu \% = \dfrac{\gamma}{\sqrt{N}} \cdot 100$

## III. EINIGE METHODEN DER STICHPROBENAHME:

### A. Einfache Stichprobenahme.

Aus der Gesamtheit wird eine Stichprobe mit dem Umfang n entnommen. Die Auswahl erfolgt nach dem Zufall oder systematisch.

Da bei jeder Untersuchung die Kosten eine wesentliche Rolle spielen, sollen sie bereits im Rechnungsgang berücksichtigt werden. Bei einer einfachen Stichprobenahme wird angenommen, daß die Kosten für die Erfassung einer Einheit gleich sind oder doch durch einen Durchschnittswert ersetzt werden können.

(23) $k = \dfrac{K}{n}$ K = Gesamtkosten der Stichprobenahme.

k = Kosten für eine Einheit.

Fall 1:

Es ist festzustellen, mit welcher Genauigkeit (Stichprobenfehler) $s_{\bar{x}}$ bei gegebenen Gesamtkosten K zu rechnen ist:

(24) $s_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma \cdot t}{\sqrt{n}}$ wobei $n = \dfrac{K}{k}$

(24a) $s'_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma \cdot t}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\dfrac{N - n}{N - 1}} \doteq \dfrac{\sigma \cdot t}{\sqrt{n}} \cdot \left(1 - \dfrac{n}{2N}\right)$

(25) $c_{\bar{x}}\% = \dfrac{\gamma\% \cdot t}{\sqrt{n}}$

(25a) $$c'_{\bar{x}}\% = \frac{Y\% \cdot t}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} \doteq \frac{Y\% \cdot t}{\sqrt{n}} \cdot \left(1 - \frac{n}{2N}\right)$$

Entspricht die errechnete Genauigkeit nicht den Anforderungen, so müssen K und n erhöht werden.

A n m e r k u n g: Bezeichnet man mit P die Wahrscheinlichkeit, daß die Genauigkeit bei Wiederholung der Stichprobenahme überschritten wird, so muß man die Streuungswerte mit einem entsprechenden Wert t vervielfachen. Die Größe des Wertes hängt von P und n ab.

Z.B. P = 5% bedeutet, daß bei einer von zwanzig wiederholten, gleichen Stichprobenahmen der Fehler die festgelegte oder errechnete Genauigkeit $s_{\bar{x}}$ überschreitet. Die Wahrscheinlichkeit, daß der tatsächliche Fehler größer ist als die errechnete Genauigkeit, beträgt 5 %. In diesem Fall ist t für ein n = ∞ gleich 1,96 und steigt mit sinkendem n.

Aus Tafel I kann n für ein bekanntes Y %, P% und $c_{\bar{x}}\%$ entnommen werden.

Fall 2:

Es soll die Höhe der Kosten bei festgelegter Genauigkeit festgestellt werden.

(26) $$n = \left(\frac{Y\% \cdot t}{c_{\bar{x}}\%}\right)^2$$

(26a) $$n' = \frac{n \cdot N}{n + N}$$

(27) $$n = \left(\frac{\sigma \cdot t}{s_{\bar{x}}}\right)^2$$

(27a) $$n' = \frac{n \cdot N}{n + N}$$

(28) $K = k \cdot n$ oder $K = k \cdot n'$

## B. Stratifizierte Stichprobenahme

Manchmal lassen sich in einer Gesamtheit natürliche, von einander merkbar verschiedene Klassen von Einheiten ausscheiden, deren $\mu_i$ stark von einander abweichen. In diesem Fall kann die Durchführung einer stratifizierten Stichprobenahme einen beträchtlichen Genauigkeitsgewinn bei gleichen Kosten oder eine Senkung der Kosten bei gleicher Genauigkeit bringen.

So werden z.B. bei Untersuchungen des Massenvorrates einer Betriebsklasse die verschiedenen Altersklassen, Ertragsklassen oder Holzartenanteile eine Möglichkeit zur Stratifikation bieten. Die stratifizierte Stichprobenahme ist für viele forstliche Untersuchungen sehr geeignet und erhöht ihre Wirtschaftlichkeit.

Die Gesamtheit wird in M Klassen zerlegt und aus jeder dieser Klassen eine Stichprobe entnommen, als ob die Klasse eine Gesamtheit wäre. Festzustellen ist die wirtschaftlichste Verteilung der Gesamtstichprobe auf die einzelnen Klassen der Gesamtheit.

| Klasse | Umfang | Summe | Durchschnitt | Mittlere Abweichung | Umfang der Stichprobe | Summe der Stichprobe | Durchschnitt der Stichprobe | Mittlere Abweichung der Stichprobe | Kosten pro Einheit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $N_1$ | $A_1$ | $\mu_1$ | $\sigma_1$ | $n_1$ | $X_1$ | $\bar{x}_1$ | $s_1$ | $k_1$ |
| 2 | $N_2$ | $A_2$ | $\mu_2$ | $\sigma_2$ | $n_2$ | $X_2$ | $\bar{x}_2$ | $s_2$ | $k_2$ |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| M | $N_M$ | $A_M$ | $\mu_M$ | $\sigma_M$ | $n_M$ | $X_M$ | $\bar{x}_M$ | $s_M$ | $k_M$ |
| | $N$ | $A$ | $\mu$ | $\sigma$ | $n$ | $X$ | $\bar{x}$ | $s$ | $k$ |

Die $k_i$ der einzelnen Klassen sind verschieden groß:

Fall 1:

Die Gesamtstichprobe soll so auf die einzelnen Klassen verteilt werden, daß die maximale Genauigkeit erreicht wird:

(29) $$K = S\, n_i \cdot k_i$$

(30) $$\lambda = \frac{S\, N_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{k_i}}{K}$$

(31) $$n_i = \frac{\sigma_i \cdot N_i}{\lambda \cdot \sqrt{k_i}}$$

(32) $$s_X^2 = \lambda \cdot S\, N_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{k_i} - S\, N_i \cdot \sigma_i^2$$

Fall 2:

Bei festgelegter Genauigkeit wird die Verteilung der Stichprobe gesucht, bei der die Kosten ein Minimum werden:

(33) $$\lambda = \frac{s_X^2 + S\, N_i \cdot \sigma_i^2}{S\, N_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{k_i}}$$

(34) $$K = \frac{1}{\lambda} \cdot S\, N_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{k_i}$$

Sind die $k_i$ aller Klassen gleich groß und können durch k ersetzt werden, so vereinfachen sich die Formeln:

Fall 1:

(35) $$\alpha = \lambda \cdot \sqrt{k}$$

(36) $$n_i = \frac{\sigma_i \cdot N_i}{\alpha}$$

(37) $$s_X^2 = \frac{(S\, N_i \cdot \sigma_i)^2}{n} - S\, N_i \cdot \sigma_i^2$$

**Fall 2:**

$$(38) \qquad \alpha = \frac{s_X^2 + S\,N_i \cdot \sigma_i^2}{S\,N_i \cdot \sigma_i}$$

$$(39) \qquad K = \frac{1}{\alpha} \cdot S\,N_i \cdot \sigma_i$$

Werden die $k_i$ in allen Klassen gleich 1 gesetzt, so vereinfachen sich die Formeln weiter:

**Fall 1:**

$$(40) \qquad \lambda = \frac{S\,N_i \cdot \sigma_i}{n} \qquad \text{wobei } \lambda = \alpha$$

$$(41) \qquad n_i = \frac{\sigma_i \cdot N_i}{\lambda}$$

**Fall 2:**

$$(42) \qquad \lambda = \frac{s_X^2 + S\,N_i \cdot \sigma_i^2}{S\,N_i \cdot \sigma_i}$$

$$(43) \qquad K = n = \frac{1}{\lambda} \cdot S\,N_i \cdot \sigma_i$$

---

Es folgt nun ein Beispiel für die Durchrechnung einer stratifizierten Stichprobe. Untersucht wird die mittlere Baumhöhe eines Kiefernbestandes, der stammweise aufgenommen wurde. Die Stämme wurden in die soziologischen Stammklassen I - V eingereiht. (Vorherrschende, Herrschende, Mitherrschende, Beherrschte und Unterdrückte.)

Im Ganzen: Stammzahl = 1202, durchschnittliche Höhe = 16,6 Meter, mittlere Abweichung = 2,6 Meter, $S\,N_i \cdot \sigma_i$ = 1595,5, $S\,N_i \cdot \sigma_i^2$ = 2210, $S\,N_i \cdot \mu_i$ = 19770, $\gamma$ = 15,7 %.

| | | I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Stammklasse | : | I | II | III | IV | V |
| Stammzahlen | $N_i$ : | 64 | 572 | 324 | 192 | 50 |
| Durchschn. Höhe | $\mu_i$ : | 20 | 18 | 16 | 14 | 10 |
| | $\sigma_i$ : | 1,4 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 2,6 |
| | $N_i \cdot \sigma_i$ : | 89,5 | 686,0 | 421,0 | 269,0 | 130,0 |
| | $N_i \cdot \sigma_i^2$ : | 125 | 825 | 546 | 376 | 338 |
| | $N_i \cdot \mu_i$ : | 1280 | 10300 | 5000 | 2690 | 500 |
| | $\gamma_i \%$ : | 7,0 | 6,7 | 8,1 | 10,0 | 21,0 |

1.) Berechnung der notwendigen Probezahl, um bei einer einfachen Stichprobe eine Genauigkeit von $c_{\bar{x}} = 1\ \%$ zu erreichen. Die Rechnung ist vereinfacht, t und k wurden nicht berücksichtigt.

$$n = \left( \frac{\sigma}{s_{\bar{x}}} \right)^2 = \left( \frac{2,6}{0,166} \right)^2 = \underline{\underline{246}}$$

2.) Der gleiche Berechnungsgang für eine stratifizierte Stichprobe.

$$\lambda = \frac{s_{\bar{x}}^2 \cdot + S\ N_i \cdot \sigma_i^2}{S\ N_i \cdot \sigma_i} = \frac{39000 + 2210}{1595,5} = 24,6$$

$$n = \frac{1}{\lambda} \cdot S\ N_i \cdot \sigma_i = \frac{1}{24,6} \cdot 1595,5 = \underline{\underline{65}}$$

Aufteilung der Stichprobe auf die Klassen und Berechnen der Klassengenauigkeiten:

$n_1 = 4$ $\qquad c_{\bar{x}1} = \pm\ 3,50\ \%$

$n_2 = 28$ $\qquad c_{\bar{x}2} = \pm\ 1,30\ \%$

$n_3 = 17$ $\qquad c_{\bar{x}3} = \pm\ 1,96\ \%$

$n_4 = 12$ $\qquad c_{\bar{x}4} = \pm\ 2,95\ \%$

$n_5 = 5$ $\qquad c_{\bar{x}5} = \pm\ 11,60\ \%$

Nun ist zu entscheiden, ob die Genauigkeit in den einzelnen Klassen genügt, wobei zu bedenken ist, daß eine Genauigkeitserhöhung einer sehr beträchtlichen Kostenerhöhung gleichkommt. Wichtig ist vor allem die Tatsache, daß bei der stratifizierten Stichprobenahme mit 65 Höhenmessungen die gleiche Genauigkeit erreicht wird, für die bei der einfachen Stichprobe 246 nötig sind. Außerdem erhalten wir noch Genauigkeitswerte für die einzelnen Klassen.

Bei der praktischen Durchführung dieser Stichprobenahme würde man jedenfalls die $n_i$ aufrunden und alle $n_i$ unter 10 auf 10 erhöhen, da sonst die Anwendung der Formeln bereits sehr problematisch wird. Die Verteilung der $n_i$ sieht dann wie folgt aus:

| | | |
|---|---|---|
| $n_1 = 10$ | | $c_{\bar{x}1} = \pm\ 2{,}20\ \%$ |
| $n_2 = 30$ | | $c_{\bar{x}2} = \pm\ 1{,}22\ \%$ |
| $n_3 = 20$ | | $c_{\bar{x}3} = \pm\ 1{,}82\ \%$ |
| $n_4 = 15$ | | $c_{\bar{x}4} = \pm\ 2{,}58\ \%$ |
| $n_5 = 10$ | | $c_{\bar{x}5} = \pm\ 6{,}65\ \%$ |
| $n = 85$ | | $c_{\bar{x}} = \pm\ 0{,}84\ \%$ |

Die Kesten verringern sich also gegenüber der einfachen Stichprobenahme auf etwa 35 % bei steigender Genauigkeit.

## C. Stichprobenahme in Gruppen:

Die Stichprobe besteht aus einer Anzahl von Gruppen, die zufällig oder systematisch in der Gesamtheit verteilt sind. Die Gruppe besteht aus mehreren Einheiten der Gesamtheit, die zusammenhängen. Die Gruppe wird vollaufgenommen.

Die Gruppenaufnahme kann arbeitstechnisch eine große Vereinfachung bringen. Das Aufsuchen der in die Stichprobe aufgenommenen Einheiten wird sehr erleichtert. Manchmal ist auch die Verteilung der Stichprobe in der Gesamtheit schwierig. Wenn z.B. 10 % der Stämme eines Bestandes gemessen werden sollen, ist es fast unmöglich, objektiv diese Stämme zu ermitteln. Es kann aber ohne weiteres ein Netz von Probeflächen über den Bestand gelegt und die in ihnen enthaltenen Stämme in die Stichprobe aufgenommen werden. Allerdings ist dann eine genaue Untersuchung der Streuungsverhältnisse notwendig, um den Genauigkeitsgewinn oder -verlust gegenüber einer einfachen Stichprobenahme zu ermitteln.

Wenn das untersuchte Merkmal in der Gruppe "wie zufällig" verteilt ist, so gibt es keinen Genauigkeitsgewinn oder -verlust. In diesem Fall kann man aber bereits die Gruppenstichprobe bevorzugen, da sie leicht durchzuführen ist.

Wenn Einflüsse vorhanden sind, die Ungleiches anziehen und Gleiches voneinander abstoßen, wird die Streuung innerhalb der Gruppe groß und zwischen den Gruppen klein. In diesem Fall bringt die Gruppenstichprobe einen Genauigkeitsgewinn.

Sind die Verhältnisse umgekehrt, so ist auch das Ergebnis der Gruppenstichprobe schlechter als das der Einzelstichprobe. Auch in solchen Fällen wird aber die Gruppenstichprobe manchmal vorzuziehen sein.

Folgende Formeln bieten eine Möglichkeit, eine Gesamtheit auf ihre Eignung für eine Gruppenstichprobe zu untersuchen:

| | Gesamtheit: | Stichprobe: |
|---|---|---|
| Zahl der Einheiten | $N = M \cdot \bar{N}$ | $n = m \cdot \bar{N}$ |
| Zahl der Gruppen | $M$ | $m$ |
| Durchschnittliche Zahl der Einheiten pro Gruppe | $\bar{N} = \frac{N}{M}$ | $\bar{n} = \frac{n}{m}$ |
| Zahl der Einheiten in der Gruppe i. | $N_i$ | $n_i$ |

Es wird angenommen, daß $N_i = \bar{N}$ in allen Gruppen und daß $n_i = \bar{n} = \bar{N}$, da die Gruppen vollaufgenommen werden.

(44) $$\sigma^2 = \frac{1}{M \cdot \bar{N}} \cdot \sum_{i=1}^{i=M} \sum_{j=1}^{j=\bar{N}} (a_{ij} - \mu)^2$$ Totale Streuung der Einheiten.

(45) $$\sigma_w^2 = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^{i=M} \sigma_i^2$$ Durchschnittliche Streuung in der Gruppe.

(46) $$\sigma_i^2 = \frac{1}{\bar{N}} \cdot \sum_{j=1}^{j=\bar{N}} (a_{ij} - \mu_i)^2$$ Interne Streuung der Gruppe i.

(47) $$\sigma_b^2 = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^{i=M} (\mu_i - \mu)^2$$ Externe Streuung zwischen den Gruppen.

(48) $$s_{\bar{\bar{x}}}^2 = \frac{M - m}{M - 1} \cdot \frac{\sigma_b^2}{m}$$ Streuung des Durchschnittes der Gesamtprobe bei einer Gruppenstichprobenahme.

(49) $$s_{\bar{\bar{x}}}^{2'} = \frac{M - m}{M - 1} \cdot \frac{N - \bar{N}}{N - 1} \cdot \frac{\sigma^2}{m \cdot \bar{N}}$$ Streuung des Durchschnittes der Gesamtprobe bei Aufnahme als einfache Stichprobe.

Ein Beispiel

In einem Kiefernbestand wurden die Höhen von 1202 Stämmen gemessen. Die Aufnahme erfolgte in 100 Gruppen zu je rund 12 Stämmen. Wir ziehen eine Stichprobe, die aus 10 Gruppen zu je 12 Stämmen besteht. (Die Zahlen sind dem Beispiel im Anhang entnommen).

$$\sigma^2 = 4{,}25$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{100} \cdot 120{,}62 = 1{,}2062$$

$$s_{\bar{\bar{x}}}^2 = \frac{100 - 10}{100 - 1} \cdot \frac{1{,}2062}{10} = \underline{\underline{0{,}10965}}$$

$$s_{\bar{\bar{x}}}^{2'} = \frac{100 - 10}{100 - 1} \quad \frac{1202 - 12}{1202 - 1} \cdot \frac{4{,}25}{10 \cdot 12} = \underline{\underline{0{,}0383}}$$

Der Vergleich zeigt in diesem Fall die Überlegenheit der Einzelstichprobenahme. Bei gleicher Anzahl der in der Stichprobe enthaltenen Einheiten (120) wird bei der einfachen Stichprobe eine Genauigkeit von rund ± 0,85 %, bei der Gruppenstichprobe aber nur von rund ± 2,00 % erreicht.

D. Mehrstufige Stichprobenahme:

Es soll hier nur die zweistufige Probenahme besprochen werden. Die mehrstufige folgt den gleichen Grundsätzen, nur werden die Formeln unhandlicher.

Man stellt sich die Gesamtheit in eine Anzahl großer primärer Einheiten unterteilt vor. Die primäre Einheit ist wieder unterteilt in sekundäre Einheiten, die bei der zweistufigen Probenahme auch die letzten ausgeschiedenen Einheiten sind. Als erste Stufe wird eine Stichprobe primärer Einheiten gezogen und aus jeder dieser primären Einheiten wird als zweite Stufe eine Stichprobe von sekundären Einheiten gezogen. (Unterschied zur Gruppenstichprobe, bei der die Gruppe vollaufgenommen wird). Die letzten Einheiten sind die Träger des zu untersuchenden Merkmales. Von Stufe zu Stufe werden die Einheiten kleiner, und damit wird die Gesamtheit besser aufgegliedert. Die mehrstufige Stichprobenahme erscheint daher dann besonders geeignet, wenn die Gesamtheit so umfangreich wird, daß die Begrenzung und Definition aller letzten Einheiten nur mehr mit außergewöhnlichen Kosten durchgeführt werden könnte. Je mehr primäre Einheiten ausgeschieden werden, desto höher stellen sich die Kosten. Da man die Genauigkeit der Stichprobe sowohl durch Vergrößern ihres Umfanges als auch durch Verkleinern der Streuung erhöhen kann, ist es wichtig, die ersten Einheiten möglichst homogen zu machen.

Aus M primären Einheiten der Gesamtheit werden m in die Stichprobe aufgenommen. Aus $N_i$ sekundären Einheiten der primären Einheit i werden $n_i$ in die Stichprobe aufgenommen.

$\sigma_e^2$ = Streuung der primären Einheiten in der Gesamtheit

$\sigma_i^2$ = Streuung der sekundären Einheiten in der i-ten primären.

(50) $$\sigma_e^2 = \frac{1}{M} \cdot {}_1S^M ( A_i - \bar{A} )^2$$

$$s_e^2 = \frac{1}{m} \cdot {}_1S^m ( X_i - \bar{X} )^2$$

(51) $$\sigma_w^2 = \frac{1}{N} \cdot {}_1S^M ( N_i \cdot \sigma_i^2 )$$

$$s_w^2 = \frac{1}{n} \cdot {}_1S^m ( n_i \cdot s_i^2 )$$

<u>Verteilung der Stichprobe durch eine Kostenfunktion:</u>

Wenn die totalen Kosten nur von der Anzahl der sekundären Einheiten abhängen.

(52) $K = k \cdot {}_1S^m \; n_i$ wobei k = Kosten für die Aufnahme einer sekundären Einheit.

Wenn alle $n_i$ gleich groß sind wird

(53) $$K = k \cdot m \cdot n_i$$

Bringt die Arbeit in den primären Einheiten zusätzliche Kosten mit sich, so verwendet man die Formel:

(54) $$K = k_1 \cdot m + k_2 \cdot m \cdot \bar{n} = m ( k_1 + k_2 \cdot \bar{n} )$$

$k_1$ = Zusätzliche Kosten in der ersten Einheit

$k_2$ = Kosten pro sekundäre Einheit.

$\bar{n}$ = Alle sekundären Stichproben haben gleichen Umfang.

(55) $$m = \frac{K}{k_1 + k_2 \cdot \bar{n}}$$

<u>Fall 1:</u>

Bei gegebenen Gesamtkosten soll die Streuung ein Minimum werden:

$$(56) \qquad \bar{n} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_w}\right)^2 - \frac{1}{\bar{N}}}}$$

Wenn $\bar{n}$ annähernd der rechten Seite der Gleichung entspricht, ist die Streuung am geringsten.

Fall 2

Eine festgelegte Genauigkeit soll mit geringsten Kosten erreicht werden:

$$(57) \qquad m = \frac{M^2 \cdot (\sigma_e^2 - \bar{N} \cdot \sigma_w^2) + \frac{\bar{N}^2 \cdot \sigma_w^2}{\bar{n}}}{s_X^2 + M \cdot \sigma_e^2}$$

$$(58) \qquad K = \frac{M^2 \cdot (k_1 + k_2 \cdot \bar{n})}{s_X^2 + M \cdot \sigma_e^2} \cdot \left(\sigma_e^2 - \bar{N} \cdot \sigma_w^2 + \frac{\bar{N}^2 \cdot \sigma_w^2}{\bar{n}}\right)$$

---

Bemerkungen: Alle angeführten Methoden der Stichprobenahme können natürlich auch kombiniert angewendet werden. Die Planung umfangreicher und komplizierter Untersuchungen sollte dem Fachmann vorbehalten bleiben. Nicht jedes Objekt ist für eine Untersuchung mit Stichproben geeignet, die Formeln geben aber scheinbar immer ein richtiges Resultat. Daraus resultieren manchmal völlig falsche Aussagen, die gelegentlich die statistischen Methoden in Verruf gebracht haben. Man sollte aber bedenken, daß nicht die Statistik lügt, sondern der Mensch, der die statistische Form für seine Zwecke mißbraucht. In der forstlichen Praxis wird neben der einfachen Stichprobenahme besonders die stratifizierte Stichprobe Bedeutung erlangen. Die anderen Methoden werden wohl nur bei großräumigen Untersuchungen oder zur Lösung von Spezialfragen Anwendung finden.

Die angeführten Formeln wurden in dieser Form größtenteils dem Buch "Some Theory of Sampling" von W.E. Deming entnommen, das zum genaueren Studium sehr empfohlen werden kann.

## IV. VOLLAUFNAHME UND STICHPROBENAHMEN IN EINEM KIEFERNBESTAND ALS BEISPIEL.

Um sichere Unterlagen für verschiedene Versuche mit Stichprobenahmen zu gewinnen, wurde ein Kiefernbestand nach folgendem Verfahren vollaufgenommen:

Die 1 Hektar große Fläche wurde mit Winkelspiegel und Bandmaß in 100 quadratische Teilflächen von 100 $m^2$ Größe geteilt. Die Teilflächen wurden fortlaufend numeriert und der Bestand in jeder Teilfläche stammweise gemessen. Folgende Merkmale wurden untersucht:

1) Die Holzart
2) Die Stammklasse
   - I = Vorherrschende
   - II = Herrschende
   - III = Mitherrschende
   - IV = Beherrschte
   - V = Unterdrückte
3) Die Schaftgüte
   - A = Gesund, gerade, astrein, ohne technische Fehler
   - B = Gesund, gerade, mit geringen technischen Fehlern
   - C = Faul oder schwere technische Fehler
4) Der Brusthöhenmesser wurde von der Hangseite auf mm genau gemessen.
5) Die Rindendicke wurde bei jedem Stamm an einer der Anlegestellen der Kluppenschenkel auf mm genau gemessen.
6) Die Baumhöhe wurde mit dem Blume-Leiss auf halbe Meter genau gemessen.
7) Die Kronenlänge wurde aus der Differenz der Baumhöhe und der Höhe des

Kronenansatzpunktes festgestellt. Bei einseitigen Kronen wurde der Kronenansatzpunkt entsprechend nach oben verschoben.

Beschreibung des Standortes:

Meereshöhe ≐ 400 m. Die Versuchsfläche ist auf einem mäßig geneigten Südhang gelegen, der gegen Norden in einen Rücken ausläuft. Im Hang verlaufen zwei Geländestufen. Der größte Höhenunterschied in der Versuchsfläche beträgt 13,5 Meter.

Über stark verwittertem Gneisschutt liegt ein seicht-, bis mittelgründiger, lehmiger Sandboden. Ein brauner Waldboden mit schwachem Humushorizont und ohne merkbare Degradationserscheinungen.

Die Fläche befindet sich in der warmen Waldklimastufe. Natürliche Hauptholzart wäre Buche und Eiche-Hainbuche. Etwa die Hälfte der Fläche ist mit einjähriger Nadelstreu bedeckt, ein Drittel mit Gräsern und der Rest mit Heidelbeere und Moosen. Folgende Pflanzen wurden gefunden:

| | |
|---|---|
| A i r a flexuosa und L u z u l a albida | sehr häufig |
| C a l a m a g r o s t i s epigeios | vereinzelt |
| M e l a m p y r u m pratense | sehr selten |
| H y l o c o m i u m schreberi | sehr häufig |
| H. splendens, D i c r a n u m scoparium, | |
| Polytrichum attenuatum und P. juniperinum | selten. |

Die jährliche Niederschlagsmenge liegt bei 600 mm.

Bestandesbeschreibung:

60-jährig; Kiefer 0,9, Fichte 0,1, einz. Buchen und Eichen.

Birken und Hainbuchen vereinzelt als Bodenschutz.

Bestockung 1,0.

| Holzart: | $dGz_{100}$ | Kreisfl.: | Höhe: | $d_{1,3}$ | $Vfm_D$ | Stammzahl: |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Kiefer | 6 | 40,8 | 17,2 | 23,0 | 324 | 974 |
| Fichte | 6 | 4,6 | 12,8 | 15,2 | 26 | 203 |
| Laubholz | 3 | 0,8 | 12,4 | 19,5 | 5 | 25 |
| Summe: | - | 46,2 | 16,6 | 21,8 | 355 | 1202 |

Fichte tritt gruppenweise besonders im NO auf, Laubholz in Einzelmischung. Der Bestand ist schwach niederdurchforstet und zeigt schlechte Kronen und Stammformen. Die überaus starke Rechstreugewinnung wurde erst vor wenigen Jahren eingestellt.

## A. Die Vollaufnahme:

Das Ergebnis der Vollaufnahme ist in den Tabellen 1 bis 13 dargestellt. Durch eine weitgehende Aufgliederung nach den verschiedenen Merkmalen soll die Bestandesstruktur klar aufgezeigt werden. Für die einzelnen ausgegliederten Gruppen wurden die Summen und die Durchschnitte, manchmal auch die Streuungen der Merkmale in der Gruppe berechnet. Diese Angaben erhöhen die Richtigkeit unseres Einblickes in die Struktur des Bestandes besonders.

Die Tabellen 1 - 3 zeigen die Verteilung der Stämme innerhalb der Stammklassen auf die Durchmesserstufen, Höhenstufen und Kronenlängeklassen. Die Streuung der Höhen ist in diesem dichten Kiefernbestand nur recht gering. Stark ist sie nur in der Klasse V, da diese einen großen Teil des Laubholzes umfaßt. Die Durchmesser streuen beträchtlich mehr und die Kronenlängen weitaus am meisten.

Tabelle 1:

Verteilung der gesamten Bestockung auf die Stärkestufen innerhalb der Stammklassen.

| $d_{1,3}$ | I | II | III | IV | V | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | | | | | 1 | 1 |
| 9 | | | | | 5 | 5 |
| 11 | | | 1 | 16 | 9 | 26 |
| 13 | | | 3 | 45 | 21 | 69 |
| 15 | | 1 | 36 | 55 | 9 | 101 |
| 17 | 1 | 14 | 76 | 46 | 4 | 141 |
| 19 | | 42 | 98 | 17 | | 157 |
| 21 | | 104 | 51 | 5 | | 160 |
| 23 | 2 | 129 | 29 | 2 | 1 | 163 |
| 25 | 7 | 117 | 18 | 3 | | 145 |
| 27 | 9 | 87 | 7 | 1 | | 104 |
| 29 | 10 | 45 | 3 | 2 | | 60 |
| 31 | 13 | 21 | 2 | | | 36 |
| 33 | 11 | 8 | | | | 19 |
| 35 | 8 | 2 | | | | 10 |
| 37 | 1 | 2 | | | | 3 |
| 39 | 2 | | | | | 2 |
| $\Sigma N$ | 64 | 572 | 324 | 192 | 50 | 1202 |
| $\Sigma N.d_{1,3}$ | 1932 | 13840 | 6270 | 3002 | 650 | 25694 |
| $\bar{d}_{1,3}$ | 30,190 | 24,196 | 19,350 | 16,635 | 13,000 | 21,376 |
| $\Sigma N.d^2_{1,3}$ | 59376 | 342012 | 124700 | 48896 | 8802 | 583786 |
| $\sigma^2$ | ± 16,65 | 12,50 | 10,45 | 10,26 | 7,04 | 28,77 |
| $\sigma$ | ± 4,08 | 3,54 | 3,23 | 3,20 | 2,65 | 5,36 |
| V % | ± 13,52 | 14,61 | 16,71 | 20,49 | 20,42 | 25,09 |
| $\Sigma N$ in % | 5,3 | 47,6 | 27,0 | 16,0 | 4,1 | 100,0 |
| $\bar{d}_{1,3}$ in % | 100,0 | 80,1 | 64,2 | 55,2 | 43,1 | 70,9 |

Tabelle 2:

Verteilung der gesamten Bestockung auf die Höhestufen innerhalb der Stammklassen.

| h | I | II | III | IV | V | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | | | | | 3 | 3 |
| 6 | | | | | 2 | 2 |
| 7 | | | | | 7 | 7 |
| 8 | | | | | 4 | 4 |
| 9 | | | | | 6 | 6 |
| 10 | | | | 2 | 5 | 7 |
| 11 | | | | 6 | 10 | 16 |
| 12 | | | 1 | 27 | 5 | 33 |
| 13 | | | 7 | 44 | 5 | 56 |
| 14 | | 1 | 27 | 49 | 1 | 78 |
| 15 | | 8 | 57 | 37 | 1 | 103 |
| 16 | 1 | 39 | 76 | 23 | 1 | 140 |
| 17 | 4 | 112 | 109 | 4 | | 229 |
| 18 | 6 | 201 | 42 | | | 249 |
| 19 | 15 | 151 | 5 | | | 171 |
| 20 | 17 | 50 | | | | 67 |
| 21 | 16 | 10 | | | | 26 |
| 22 | 4 | | | | | 4 |
| 23 | | | | | | |
| 24 | 1 | | | | | 1 |
| S N | 64 | 572 | 324 | 192 | 50 | 1202 |
| S N.h | 1265 | 10359 | 5256 | 2659 | 492 | 200311 |
| $\bar{h}$ | 19,77 | 18,11 | 16,22 | 13,85 | 9,84 | 16,665 |
| S $N.h^2$ | 25139 | 188393 | 85814 | 37223 | 5184 | 341753 |
| $\sigma^2$ | ± 2,03 | 1,39 | 1,74 | 2,06 | 6,86 | 6,61 |
| $\sigma$ | ± 1,43 | 1,18 | 1,32 | 1,44 | 2,62 | 2,57 |
| Y % | ± 7,21 | 6,51 | 8,12 | 10,37 | 26,63 | 15,42 |
| $\bar{h}$ in % | 100,0 | 91,5 | 82,0 | 70,1 | 49,8 | 84,2 |

Tabelle 3:

Verteilung der gesamten Bestockung auf die Kronenlängen innerhalb der Stammklassen:

| Kl. | I | II | III | IV | V | Summe: |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | 4 | 24 | 9 | 37 |
| 2 | | 8 | 71 | 68 | 10 | 157 |
| 3 | 1 | 70 | 115 | 34 | 3 | 223 |
| 4 | 2 | 163 | 58 | 30 | 6 | 259 |
| 5 | 5 | 169 | 38 | 21 | 4 | 237 |
| 6 | 21 | 102 | 22 | 7 | 5 | 157 |
| 7 | 22 | 40 | 5 | 2 | 6 | 75 |
| 8 | 11 | 17 | 3 | 1 | 3 | 35 |
| 9 | 1 | 2 | | 1 | | 4 |
| 10 | | 1 | 3 | 2 | 3 | 9 |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | | 5 | 1 | 1 | 7 |
| 13 | 1 | | | | | 1 |
| 14 | | | | 1 | | 1 |
| S N | 64 | 572 | 324 | 192 | 50 | 1202 |
| S N.Kl | 426 | 2779 | 1194 | 606 | 220 | 5225 |
| $\overline{Kl}$ | 6,66 | 4,86 | 3,69 | 3,16 | 4,40 | 4,347 |
| S $N.Kl^2$ | 2954 | 14477 | 5450 | 2624 | 1382 | 26580 |
| $\sigma^2$ | ± 1,83 | 1,70 | 3,23 | 3,81 | 8,45 | 3,22 |
| $\sigma$ | ± 1,35 | 1,30 | 1,04 | 1,95 | 2,91 | 1,80 |
| V % | ± 20,30 | 26,83 | 28,29 | 61,74 | 66,07 | 41,28 |
| $\overline{Kl}$ in % | 100,0 | 72,9 | 55,4 | 47,4 | 66,0 | 65,2 |

Allgemein nimmt die Streuung mit Schlechterwerden der Stammklasse zu, die Klassen werden weniger homogen. Wollte man mit einer Stichprobe den Durchschnitt der drei Merkmale mit gleicher Genauigkeit feststellen, so würde die Stichprobe in jedem Fall einen anderen Umfang aufweisen, den geringsten bei Untersuchung der Höhe. Tabellen dieser Art eignen sich auch für die Untersuchung der Beziehungen zwischen verschiedenen Merkmalen. Hier soll aber nicht über die Korrelationsrechnung gesprochen werden.

Tabelle 4 zeigt die Verteilung der Holzarten auf Stammklassen und Schaftgüteklassen und ihre prozentuellen Anteile an der Gesamtheit und den Stammklassen. Die Bedeutung der einzelnen Holzarten im Bestande und die Bestandesstruktur wird durch diese Tabelle verständlich gemacht. Einen weiteren Einblick bietet die Tabelle 5. Die Holzartenanteile werden in dieser Tabelle innerhalb der Schaftgüteklassen nach Stärkestufen aufgeschlüsselt. Man findet ein beträchtliches Absinken des durchschnittlichen Durchmessers mit sinkender Schaftqualität sowohl bei Kiefer als auch bei Fichte. Bei den Laubhölzern tritt die umgekehrte Erscheinung auf, was auf einige verkrüppelte Alteichen zurückzuführen ist, die die Mittelwertsbildung bei der geringen Zahl von Laubhölzern stark beeinflussen.

Die Tabellen 6 - 11 bringen eine genaue Aufgliederung der Gesamtheit nach Holzarten, Stammklassen und Schaftgüteklassen innerhalb der Durchmesserstufen, Höhen und Kronenlängen. Diese Tabellen lassen natürlich eine Reihe von verschiedenen Auswertungen zu, auf die hier aber nicht eingegangen werden soll. Hier dienen sie nur als genaue Beschreibung der Gesamtheit, die eine Unterlage für die Planung verschiedener Stichprobenahmen bietet. In diesen Tabellen sind nur die Durchschnitte der einzelnen Gruppen angeführt. Die Streuungswerte können natürlich jederzeit leicht errechnet werden. Sie würden benötigt werden, wenn man Stichprobenahmen planen wollte, die nach Stammklassen oder Güteklassen stratifiziert werden sollten.

Tabelle 4:

Verteilung der Stammzahlen auf Stamm- und Güteklassen.

| Stammklasse Güteklasse | Kiefer N | Kiefer %Ki | Kiefer %St.Kl. | Fichte N | Fichte %Fi | Fichte %St.Kl. | Laubholz N | Laubholz %La. | Laubholz %St.Kl. | Gesamt N | Gesamt %Sa. | Gesamt %St.Kl. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I A | 3 | 0,31 | 4,69 | | | | | | | 3 | 0,25 | 4,69 |
| B | 54 | 5,54 | 84,37 | | | | | | | 54 | 4,49 | 84,37 |
| C | 7 | 0,72 | 11,04 | | | | | | | 7 | 0,58 | 11,04 |
| Sa. | 64 | 6,57 | 100,00 | | | | | | | 64 | 5,32 | 100,00 |
| II A | 8 | 0,82 | 1,50 | | | | | | | 8 | 0,67 | 1,40 |
| B | 422 | 43,33 | 78,88 | 33 | 16,26 | 89,19 | | | | 455 | 37,85 | 79,54 |
| C | 105 | 10,78 | 19,62 | 4 | 1,97 | 10,81 | | | | 109 | 9,07 | 19,06 |
| Sa. | 535 | 54,93 | 100,00 | 37 | 18,23 | 100,00 | | | | 572 | 57,59 | 100,00 |
| III A | 1 | 0,10 | 0,39 | | | | | | | 1 | 0,08 | 0,31 |
| B | 137 | 14,07 | 53,52 | 50 | 24,63 | 86,21 | 3 | 12,00 | 30,00 | 190 | 15,81 | 58,64 |
| C | 118 | 12,11 | 46,09 | 8 | 3,94 | 13,79 | 7 | 28,00 | 70,00 | 133 | 11,06 | 41,05 |
| Sa. | 256 | 26,28 | 100,00 | 58 | 28,57 | 100,00 | 10 | 40,00 | 100,00 | 324 | 26,96 | 100,00 |
| IV B | 33 | 3,39 | 30,84 | 50 | 24,63 | 63,29 | 2 | 8,00 | 33,33 | 85 | 7,07 | 44,27 |
| C | 74 | 7,60 | 69,16 | 29 | 14,29 | 36,71 | 4 | 16,00 | 66,67 | 107 | 8,90 | 55,73 |
| Sa. | 107 | 10,99 | 100,00 | 79 | 38,92 | 100,00 | 6 | 24,00 | 100,00 | 192 | 15,97 | 100,00 |
| V B | 2 | 0,21 | 16,67 | 19 | 9,36 | 65,52 | 1 | 4,00 | 11,11 | 22 | 1,83 | 44,00 |
| C | 10 | 1,02 | 83,33 | 10 | 4,93 | 34,48 | 8 | 32,00 | 88,89 | 28 | 2,33 | 56,00 |
| Sa. | 12 | 1,23 | 100,00 | 29 | 14,29 | 100,00 | 9 | 36,00 | 100,00 | 50 | 4,17 | 100,00 |

Verteilung auf die Güteklassen:

| | Kiefer N | Kiefer % | Fichte N | Fichte % | Laubholz N | Laubholz % | Gesamt N | Gesamt % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 12 | 1,232 % | | | | | 12 | 1,000 % |
| B | 648 | 66,530 % | 152 | 74,877 % | 6 | 24,000 % | 806 | 67,050 % |
| C | 314 | 32,238 % | 51 | 25,123 % | 19 | 76,000 % | 384 | 31,950 % |
| Sa. | 974 | 100,000 % | 203 | 100,000 % | 25 | 100,000 % | 1202 | 100,00 % |

Tabelle 5:

Verteilung nach Durchmesserstufen in den Güteklassen.

| Holzart: | Kiefer | | | | Fichte | | | Laubholz | | | Gesamt | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Güteklasse: | A | B | C | | B | C | | B | C | | A | B | C | |
| $d_{1,3}$ | | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | | | | Sa: |
| 7 | | | | | 1 | | 1 | | | | | 1 | | 1 |
| 9 | | | | | 3 | | 3 | | 2 | 2 | | 3 | 2 | 5 |
| 11 | | | 4 | 4 | 13 | 8 | 21 | 1 | | 1 | | 14 | 12 | 26 |
| 13 | | 9 | 18 | 27 | 19 | 19 | 38 | 1 | 3 | 4 | | 29 | 40 | 69 |
| 15 | | 13 | 40 | 53 | 27 | 14 | 41 | | 2 | 2 | | 45 | 56 | 101 |
| 17 | | 48 | 49 | 97 | 36 | 7 | 43 | | 1 | 1 | | 84 | 57 | 141 |
| 19 | | 90 | 46 | 136 | 16 | 1 | 17 | 2 | 2 | 4 | | 108 | 43 | 157 |
| 21 | 2 | 101 | 35 | 138 | 20 | 1 | 21 | | 1 | 1 | 2 | 121 | 37 | 160 |
| 23 | 4 | 105 | 41 | 150 | 9 | 1 | 10 | 2 | 1 | 3 | 4 | 116 | 43 | 163 |
| 25 | 1 | 102 | 36 | 139 | 4 | | 4 | | 2 | 2 | 1 | 106 | 38 | 145 |
| 27 | 2 | 82 | 15 | 99 | 3 | | 3 | | 2 | 2 | 2 | 35 | 17 | 104 |
| 29 | 1 | 43 | 13 | 57 | | | | | 3 | 3 | 1 | 43 | 16 | 60 |
| 31 | 2 | 24 | 9 | 35 | 1 | | 1 | | | | 2 | 25 | 3 | 36 |
| 33 | | 13 | 16 | 19 | | | | | | | | 13 | 6 | 19 |
| 35 | | 9 | 1 | 10 | | | | | | | | 9 | 1 | 10 |
| 37 | | 2 | 1 | 3 | | | | | | | | 2 | 1 | 3 |
| 39 | | 2 | | 2 | | | | | | | | 2 | | 2 |
| S N | 12 | 648 | 314 | 974 | 152 | 51 | 203 | 6 | 19 | 25 | 12 | 805 | 384 | 1202 |
| S $N.d_{1,3}$ | 304 | 15100 | 6494 | 21898 | 2584 | 727 | 3311 | 108 | 377 | 485 | 304 | 17792 | 7598 | 25694 |
| $\bar{d}_{1,3}$ | 25,33 | 23,31 | 20,68 | 22,48 | 17,00 | 14,25 | 16,31 | 18,00 | 19,43 | 19,40 | 25,33 | 22,07 | 19,79 | 21,39 |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | 100 | 92 | 82 | 89 | 100 | 84 | 96 | 100 | 110 | 108 | 100 | 87 | 78 | 84 |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | 119 | 109 | 97 | 105 | 80 | 67 | 76 | 84 | 91 | 91 | 119 | 103 | 93 | 100 |

Tabelle 6:

Verteilung nach Durchmesserstufen, Holzart Kiefer:

| Stammklasse: | I | | | | II | | | | III | | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Güteklasse: | A | B | C | Sa: | A | B | C | Sa: | A | B | C | Sa: | B | C | Sa: | B | C | Sa. | Gesamt |
| $d_{1,3}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | | 4 | 4 | | | | 4 |
| 13 | | | | | | | | | | 2 | 1 | 3 | 6 | 12 | 18 | 1 | 5 | 6 | 27 |
| 15 | | | | | | | | | | 7 | 16 | 23 | 11 | 21 | 32 | | 3 | 3 | 58 |
| 17 | | 1 | | 1 | | 7 | 1 | 8 | | 31 | 23 | 54 | 8 | 23 | 31 | 1 | 2 | 3 | 97 |
| 19 | | | | | | 31 | 7 | 38 | | 54 | 31 | 85 | 5 | 8 | 13 | | | | 156 |
| 21 | | | | | 2 | 77 | 14 | 93 | | 23 | 19 | 42 | 1 | 2 | 3 | | | | 138 |
| 23 | 1 | 1 | | 2 | 2 | 92 | 27 | 121 | 1 | 11 | 13 | 25 | 1 | 1 | 2 | | | | 150 |
| 25 | | 7 | | 7 | 1 | 88 | 25 | 114 | | 6 | 9 | 15 | 1 | 2 | 3 | | | | 139 |
| 27 | | 9 | | 9 | 2 | 71 | 11 | 84 | | 2 | 4 | 6 | | | | | | | 99 |
| 29 | | 8 | 2 | 10 | 1 | 35 | 9 | 45 | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | 57 |
| 31 | 2 | 9 | 2 | 13 | | 14 | 6 | 20 | | 1 | 1 | 2 | | | | | | | 35 |
| 33 | | 8 | 3 | 11 | | 5 | 3 | 8 | | | | | | | | | | | 19 |
| 35 | | 8 | | 8 | | 1 | 1 | 2 | | | | | | | | | | | 10 |
| 37 | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 2 | | | | | | | | | | | 3 |
| 39 | | 2 | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| S N | 3 | 54 | 7 | 64 | 8 | 422 | 105 | 535 | 1 | 137 | 118 | 256 | 33 | 74 | 107 | 2 | 10 | 12 | 974 |
| SN.$d_{1,3}$ | 85 | 1628 | 219 | 1932 | 196 | 10244 | 1605 | 13045 | 23 | 2655 | 2324 | 5002 | 543 | 1202 | 1745 | 30 | 144 | 174 | 21898 |
| $\bar{d}_{1,3}$ | 28,3 | 30,2 | 31,3 | 30,2 | 24,5 | 24,3 | 24,8 | 24,4 | 23,0 | 19,4 | 19,7 | 19,5 | 16,5 | 16,2 | 16,3 | 15,0 | 14,4 | 14,5 | 22,48 |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | | | | 100,0 | | | | 80,8 | | | | 64,7 | | | 54,0 | | | 48,0 | |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | | | | 134,3 | | | | 108,5 | | | | 86,9 | | | 77,6 | | | 64,5 | 100,0 |

Tabelle 7: Verteilung nach Durchmesserstufen, Holzart Fichte:

| Stammklasse: | II | | | III | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Güteklasse: | B | C | Sa: | B | C | Sa: | B | C | Sa: | B | C | Sa: | Gesamt |
| $d_{1,3}$ | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | 1 | | 1 | 1 |
| 9 | | | | | | | | | | 3 | | 3 | 3 |
| 11 | | | | | 1 | 1 | 8 | 4 | 12 | 5 | 3 | 8 | 21 |
| 13 | | | | | | | 11 | 15 | 26 | 8 | 4 | 12 | 38 |
| 15 | 1 | | 1 | 10 | 3 | 13 | 15 | 8 | 23 | 1 | 3 | 4 | 41 |
| 17 | 5 | 1 | 6 | 17 | 4 | 21 | 13 | 2 | 15 | 1 | | 1 | 43 |
| 19 | 3 | 1 | 4 | 11 | | 11 | 2 | | 2 | | | | 17 |
| 21 | 10 | 1 | 11 | 9 | | 9 | 1 | | 1 | | | | 21 |
| 23 | 7 | 1 | 8 | 2 | | 2 | | | | | | | 10 |
| 25 | 3 | | 3 | 1 | | 1 | | | | | | | 4 |
| 27 | 3 | | 3 | | | | | | | | | | 3 |
| 31 | 1 | | 1 | | | | | | | | | | 1 |
| S N | 33 | 4 | 37 | 50 | 8 | 58 | 50 | 29 | 79 | 19 | 10 | 29 | 203 |
| S $N.d_{1,3}$ | 715 | 80 | 795 | 908 | 124 | 1032 | 736 | 393 | 1129 | 225 | 130 | 355 | 3311 |
| $\bar{d}_{1,3}$ | 21,7 | 20,0 | 21,5 | 18,2 | 15,5 | 17,8 | 14,7 | 13,6 | 14,3 | 11,8 | 13,0 | 12,2 | 16,3 |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | | | 100,0 | | | 82,8 | | | 66,5 | | | 57,0 | |
| $\bar{d}_{1,3}$ % | | | 131,8 | | | 109,1 | | | 87,6 | | | 75,0 | 100,0 |

Verteilung nach Durchmesserstufen, Holzart Laubholz:

| | II B | II C | II Sa: | III B | III C | III Sa: | IV B | IV C | IV Sa: | V B | V C | V Sa: | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 |
| 11 | | | | | | | | | | 1 | | 1 | 1 |
| 13 | | | | | | | 1 | | 1 | | 3 | 3 | 4 |
| 15 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 |
| 17 | | | | | 1 | 1 | | | | | | | 1 |
| 19 | | | | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | | | | 4 |
| 21 | | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 |
| 23 | | | | 2 | | 2 | | | | | 1 | 1 | 3 |
| 25 | | | | | 2 | 2 | | | | | | | 2 |
| 27 | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | 2 |
| 29 | | | | | 2 | 2 | | 1 | 1 | | | | 3 |
| S N | | | | 3 | 7 | 10 | 2 | 4 | 6 | 1 | 8 | 9 | 25 |
| S $N.d_{1,3}$ | | | | 65 | 171 | 236 | 32 | 96 | 128 | 11 | 110 | 121 | 485 |
| $\bar{d}_{1,3}$ | | | | 21,7 | 24,4 | 23,6 | 16,0 | 24,0 | 21,3 | 11,0 | 13,8 | 13,4 | 19,4 |

Tabelle 8:

Verteilung nach Baumhöhenstufen, Holzart Kiefer:

| Stammklasse: | I | | | | II | | | | III | | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gütekl: | A | B | C | Sa: | A | B | C | Sa: | A | B | C | Sa: | B | C | Sa: | B | C | Sa: | Gesamt |
| h | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | 2 | 2 | | | | 2 |
| 11 | | | | | | | | | | | | | 1 | 3 | 4 | 1 | 6 | 7 | 11 |
| 12 | | | | | | | | | | | | | 3 | 15 | 18 | | 1 | 1 | 19 |
| 13 | | | | | | | | | | 4 | 2 | 6 | 10 | 17 | 27 | 1 | 3 | 4 | 37 |
| 14 | | | | | | | 1 | 1 | | 14 | 9 | 23 | 9 | 12 | 21 | | | | 45 |
| 15 | | | | | 1 | 5 | 2 | 8 | | 21 | 29 | 50 | 6 | 16 | 22 | | | | 80 |
| 16 | | 1 | | 1 | | 32 | 5 | 37 | | 36 | 30 | 66 | 4 | 8 | 12 | | | | 116 |
| 17 | | 4 | | 4 | 1 | 86 | 16 | 103 | | 42 | 34 | 76 | | 1 | 1 | | | | 184 |
| 18 | | 6 | | 6 | 4 | 139 | 42 | 185 | 1 | 17 | 12 | 30 | | | | | | | 221 |
| 19 | | 13 | 2 | 15 | | 117 | 26 | 143 | | 3 | 2 | 5 | | | | | | | 163 |
| 20 | 1 | 14 | 2 | 17 | 2 | 34 | 12 | 48 | | | | | | | | | | | 65 |
| 21 | 2 | 12 | 2 | 16 | | 9 | 1 | 10 | | | | | | | | | | | 26 |
| 22 | | 3 | 1 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | 4 |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | 1 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| S N | 3 | 54 | 7 | 64 | 8 | 422 | 105 | 535 | 1 | 137 | 118 | 256 | 33 | 74 | 107 | 2 | 10 | 12 | 974 |
| S N.h | 62 | 1062 | 142 | 1265 | 144 | 7643 | 1907 | 9694 | 18 | 2216 | 1899 | 4133 | 457 | 1007 | 1464 | 24 | 117 | 141 | 16697 |
| h̄ | 20,7 | 19,7 | 20,3 | 19,8 | 18,0 | 18,1 | 18,2 | 18,1 | 18,0 | 16,2 | 16,1 | 16,1 | 13,9 | 13,6 | 13,7 | 12,0 | 11,7 | 11,8 | 17,14 |
| h̄ % | | | | 100,0 | | | | 91,7 | | | | 81,6 | | | 69,2 | | | 59,4 | |
| h̄ % | | | | 115,5 | | | | 105,7 | | | | 94,2 | | | 79,8 | | | 68,6 | 100,0 |

Tabelle 9: Verteilung nach Baumhöhenstufen, Holzart Fichte:

| Stammklasse: | II | | | III | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Güteklasse: | B | C | | B | C | | B | C | | B | C | | |
| h | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | Gesamt |
| 5 | | | | | | | | | | 3 | | 3 | 3 |
| 6 | | | | | | | | | | 2 | | 2 | 2 |
| 7 | | | | | | | | | | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 8 | | | | | | | | | | 2 | 1 | 3 | 3 |
| 9 | | | | | | | | | | 3 | 3 | 6 | 6 |
| 10 | | | | | | | | | | 3 | 1 | 4 | 4 |
| 11 | | | | | | | 2 | | 2 | 1 | 1 | 2 | 4 |
| 12 | | | | | | | 3 | 4 | 7 | 2 | 2 | 4 | 11 |
| 13 | | | | | | | 9 | 7 | 16 | | | | 16 |
| 14 | | | | 2 | | 2 | 21 | 7 | 28 | 1 | | 1 | 31 |
| 15 | | | | 2 | 3 | 5 | 9 | 6 | 15 | | | | 20 |
| 16 | 1 | 1 | 2 | 7 | 1 | 8 | 6 | 4 | 10 | | | | 20 |
| 17 | 8 | 1 | 9 | 27 | 4 | 31 | | 1 | 1 | | | | 41 |
| 18 | 14 | 2 | 16 | 12 | | 12 | | | | | | | 28 |
| 19 | 8 | | 8 | | | | | | | | | | 8 |
| 20 | 2 | | 2 | | | | | | | | | | 2 |
| S N | 33 | 4 | 37 | 50 | 8 | 58 | 50 | 29 | 79 | 19 | 10 | 29 | 203 |
| S N.h | 596 | 69 | 665 | 845 | 129 | 974 | 700 | 408 | 1108 | 163 | 94 | 257 | 3004 |
| $\bar{h}$ | 18,1 | 17,3 | 18,0 | 16,9 | 16,1 | 16,8 | 14,0 | 14,1 | 14,0 | 8,6 | 9,4 | 8,7 | 14,80 |
| $\bar{h}$ % | | | 100,0 | | | 93,4 | | | 78,1 | | | 49,3 | |
| $\hat{h}$ % | | | 121,4 | | | 113,5 | | | 94,8 | | | 59,9 | 100,0 |

Verteilung nach Baumhöhenstufen, Holzart Laubholz:

| h | II B | II C | II Sa | III B | III C | III Sa | IV B | IV C | IV Sa | V B | V C | V Sa | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | | | | | | | | | | | 3 | 3 | 3 |
| 8 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 |
| 10 | | | | | | | | | | 1 | | 1 | 1 |
| 11 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 |
| 12 | | | | | 1 | 1 | 2 | | 2 | | | | 3 |
| 13 | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 3 |
| 14 | | | | | 2 | 2 | | | | | | | 2 |
| 15 | | | | 1 | 1 | 2 | | | | | 1 | 1 | 3 |
| 16 | | | | | 2 | 2 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 4 |
| 17 | | | | 1 | 1 | 2 | | 2 | 2 | | | | 4 |
| S N | | | | 3 | 7 | 10 | 2 | 4 | 6 | 1 | 8 | 9 | 25 |
| S N.h | | | | 45 | 104 | 149 | 24 | 63 | 87 | 10 | 84 | 94 | 330 |
| $\bar{h}$ | | | | 15,0 | 14,7 | 14,9 | 12,0 | 15,8 | 14,5 | 10,0 | 10,5 | 10,4 | 13,20 |

Tabelle 10:

## Verteilung nach Kronenlängen, Holzart Kiefer:

| Stammklasse: | I | | | | II | | | | III | | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gütekl.: | A | B | C | | A | B | C | | A | B | C | | B | C | | B | C | | |
| Kl. | | | | Sa: | | | | Sa: | | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | Gesamt |
| 1 | | | | | | | | | | 3 | 1 | 4 | 8 | 16 | 24 | | 7 | 7 | 35 |
| 2 | | | | | | 6 | 2 | 8 | | 33 | 38 | 71 | 17 | 46 | 63 | 2 | 3 | 5 | 147 |
| 3 | | 1 | | 1 | | 57 | 13 | 70 | | 66 | 49 | 115 | 8 | 11 | 19 | | | | 205 |
| 4 | 1 | 1 | | 2 | 2 | 122 | 36 | 160 | 1 | 20 | 24 | 45 | | 1 | 1 | | | | 208 |
| 5 | | 4 | 1 | 5 | 2 | 144 | 20 | 166 | | 13 | 3 | 16 | | | | | | | 187 |
| 6 | | 18 | 3 | 21 | 2 | 67 | 20 | 89 | | 2 | 3 | 5 | | | | | | | 115 |
| 7 | 2 | 18 | 2 | 22 | 2 | 19 | 9 | 30 | | | | | | | | | | | 52 |
| 8 | | 10 | 1 | 11 | | 6 | 4 | 10 | | | | | | | | | | | 21 |
| 9 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | | | | | | | | | | | 2 |
| 10 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | 1 |
| 13 | | 1 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| S N | 3 | 54 | 7 | 64 | 8 | 422 | 105 | 535 | 1 | 137 | 118 | 256 | 33 | 74 | 107 | 2 | 10 | 12 | 974 |
| S N.Kl | 18 | 350 | 45 | 413 | 44 | 1983 | 512 | 2539 | 4 | 424 | 353 | 781 | 66 | 145 | 211 | 4 | 13 | 17 | 3961 |
| $\overline{Kl}$. | 6,0 | 6,5 | 6,4 | 6,5 | 5,5 | 4,7 | 4,9 | 4,8 | 4,0 | 3,1 | 3,0 | 3,1 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 1,3 | 1,4 | 4,08 |
| $\overline{Kl}$. % | | | | 100,0 | | | | 73,6 | | | | 47,3 | | | 30,5 | | | 22,0 | |
| $\overline{Kl}$. % | | | | 158,5 | | | | 116,7 | | | | 74,9 | | | 48,4 | | | 34,9 | 100,0 |

Tabelle 11:

## Verteilung nach Kronenlängen, Holzart Fichte:

| Stammklassen: | II | | | III | | | IV | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Güteklassen: | B | C | | B | C | | B | C | | B | C | | |
| Kl. | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | | | Sa: | Gesamt |
| 1 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | | | | | | | 3 | 2 | 5 | 3 | 2 | 5 | 10 |
| 3 | | | | | | | 6 | 9 | 15 | 1 | 2 | 3 | 18 |
| 4 | 2 | 1 | 3 | 9 | 4 | 13 | 21 | 8 | 29 | 4 | 1 | 5 | 50 |
| 5 | 2 | 1 | 3 | 18 | 4 | 22 | 12 | 9 | 21 | 3 | 1 | 4 | 50 |
| 6 | 12 | 1 | 13 | 17 | | 17 | 6 | | 6 | 4 | 1 | 5 | 41 |
| 7 | 9 | 1 | 10 | 4 | | 4 | 2 | | 2 | 2 | 1 | 3 | 19 |
| 8 | 7 | | 7 | 2 | | 2 | | | | 1 | 1 | 2 | 11 |
| 9 | 1 | | 1 | | | | | 1 | 1 | | | | 2 |
| S N | 33 | 4 | 37 | 50 | 8 | 58 | 50 | 29 | 79 | 19 | 10 | 29 | 203 |
| S N.Kl. | 218 | 22 | 240 | 272 | 36 | 308 | 218 | 117 | 335 | 87 | 41 | 128 | 1011 |
| $\overline{Kl}$. | 6,6 | 5,5 | 6,5 | 5,4 | 4,5 | 5,3 | 4,4 | 4,0 | 4,2 | 4,6 | 4,1 | 4,4 | 4,98 |
| $\overline{Kl}$. % | | | 100,0 | | | 81,8 | | | 65,3 | | | 68,0 | |
| $\overline{Kl}$. % | | | 130,3 | | | 106,6 | | | 85,1 | | | 88,6 | 100,0 |

## Verteilung nach Kronenlängen, Holzart Laubholz:

| Kl. | II B | II C | Sa: | III B | III C | Sa: | IV B | IV C | Sa: | V B | V C | Sa: | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | | | | | | | | | | 1 | | 1 | 1 |
| 6 | | | | | | | 1 | | 1 | | | | 1 |
| 7 | | | | 1 | | 1 | | | | | 3 | 3 | 4 |
| 8 | | | | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 3 |
| 10 | | | | 1 | 2 | 3 | | 2 | 2 | | 3 | 3 | 8 |
| 12 | | | | 1 | 4 | 5 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 7 |
| 14 | | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 |
| S N | | | | 3 | 7 | 10 | 2 | 4 | 6 | 1 | 8 | 9 | 25 |
| S N.Kl. | | | | 29 | 76 | 105 | 14 | 46 | 60 | 4 | 71 | 75 | 240 |
| $\overline{Kl}$. | | | | 9,7 | 10,7 | 10,5 | 7,0 | 11,5 | 10,0 | 4,0 | 8,9 | 8,3 | 9,60 |

In den beiden folgenden Tabellen sind die Durchschnitte und Streuungswerte für die Gesamtheit zusammengestellt. Die Berechnungen beruhen auf den Originalaufnahmen, während in den bisher besprochenen Tabellen z.B. die Durchmesser in Klassen zusammengezogen wurden.

In Tabelle 12 ist die Einheit der Einzelstamm. Die Gesamtheit bezieht sich jeweils auf eine Holzart. Besonders wichtig sind die Unterschiede der Streuungskoeffizienten der einzelnen Merkmale. Auch für die verschiedenen Holzarten ergeben sich für das gleiche Merkmal zum Teil recht beträchtliche Unterschiede. Die stark abweichenden Werte für das Laubholz beruhen auf den natürlichen Unterschieden der zusammengefaßten Laubholzarten.

In Tabelle 13 ist die Einheit die einzelne Probefläche. Die Merkmale sind die Durchschnitte der Merkmale der in ihr enthaltenen Stämme. Für Fichte und Laubholz wurde als Umfang der Gesamtheit die Zahl der Flächen eingesetzt, in denen diese Holzarten vorkommen. Da Stammzahl und Bestandeskreisfläche Merkmale der ganzen Versuchsfläche sind, wurde für sie die Gesamtheit bei allen Holzarten mit 100 Einheiten angenommen.

Die Streuungskoeffizienten der Stammzahl und der Kreisfläche sind für Fichte und Laubholz sehr hoch. Die Genauigkeit sinkt daher für kleine Holzartenanteile sehr stark ab. Die Genauigkeitsansprüche, die an eine Stichprobenahme gestellt werden, sollten also recht gut auf ihre Notwendigkeit geprüft werden, um die Kosten nicht zu sehr zu steigern. Soll z.B. die durchschnittliche Kreisfläche pro Probefläche mit einer Genauigkeit von $\pm$ 10 % und einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 5 % bestimmt werden, so benötigt man nach Formel (26) und (26a) folgende Stichproben:

Für die Kreisfläche aller Holzarten .......... $n' = 12$

Für die Kiefernkreisfläche .................... $n' = 51$

Für die Fichtenkreisfläche .................... $n' = 94$

Für die Laubholzkreisfläche .................... $n' = 97$

Für Fichte und Laubholz wäre also praktisch die Vollaufnahme notwendig, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen. Allerdings darf nicht übersehen werden, daß diese Gesamtheit sehr klein ist. Bei einer Abteilung von etwa 20 Hektar werden die Verhältnisse bereits günstiger liegen. Man kann sich außerdem bei den geringen Holzartenanteilen ja auch mit Recht mit einer geringeren Genauigkeit begnügen.

Die Besprechung der Gesamtheit ist damit abgeschlossen, womit nicht gesagt sein soll, daß alle Möglichkeiten der Aufgliederung erschöpft wären.

Im nächsten Teil werden einige Stichproben besprochen, die aus dieser Gesamtheit gezogen wurden. Auch diese Beispiele sind natürlich nur eine kleine Auswahl der Anwendungsmöglichkeiten der Stichprobenahme, während viele andere Arbeitsmethoden der mathematischen Statistik hier nicht besprochen werden.

## B. Stichproben:

Tabelle 14 zeigt die Durchrechnung einer Probefläche. Für jede einzelne der 100 Probeflächen wurden nach diesem Schema die Durchschnitte und Streuungen und einige andere Werte berechnet. Ich möchte hier auf den großen Umfang der Rechenarbeiten hinweisen, die sich bei solchen Untersuchungen und allen umfangreicheren Stichprobenahmen ergeben. Sollen alle Quadrate mit Tafeln nachgeschlagen und alle Rechnungen mit Handrechenmaschinen durchgeführt werden, so erscheint eine Arbeit, wie die vorliegende, ungefähr als Grenze des wirtschaftlich Durchführbaren. Für umfangreichere Arbeiten kann nur die Verwendung von Lochkartenmaschinen eine zeitgerechte und finanziell tragbare Fertigstellung des Resultates gewährleisten.

Begnügt man sich aus Ersparungsgründen mit der Errechnung der Durchschnitte, so gehen alle Vorteile der Streuungsberechnung verloren.

Tabelle 12:

Durchschnitte und Streuungswerte der Gesamtheit

Einheit ist der Einzelstamm.

| Merkmal: | Gesamtheit: | N | $\mu$ | $\sigma^2$ | $\sigma$ | $\gamma$% |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{1,3}$ m.R. cm | Insgesamt | 1202 | 21,4821 | 27,9467 | 5,2865 | 24,61 |
| | Kiefer | 974 | 22,5799 | 23,9778 | 4,8967 | 21,69 |
| | Fichte | 203 | 16,4606 | 14,0396 | 3,7465 | 22,76 |
| | Laubholz | 25 | 19,4880 | 41,8917 | 6,4720 | 33,21 |
| $d_{1,3}$ o.R. cm | Insgesamt | 1202 | 18,354 | 19,192 | 4,381 | 23,87 |
| | Kiefer | 974 | 19,041 | 16,612 | 4,076 | 21,41 |
| | Fichte | 203 | 15,221 | 12,233 | 3,498 | 22,96 |
| | Laubholz | 25 | 18,236 | 35,758 | 5,979 | 32,79 |
| Rindendicke cm | Insgesamt | 1202 | 3,101 | 1,986 | 1,409 | 45,44 |
| | Kiefer | 974 | 3,536 | 1,400 | 1,183 | 33,46 |
| | Fichte | 203 | 1,240 | 0,112 | 0,335 | 27,03 |
| | Laubholz | 25 | 1,252 | 1,141 | 1,069 | 85,30 |
| Rindenfaktor $\frac{d_{1,3}\ \text{m.R.}}{d_{1,3}\ \text{o.R.}}$ | Insgesamt | 1202 | 1,1694 | 0,004913 | 0,0701 | 5,99 |
| | Kiefer | 974 | 1,1899 | 0,003689 | 0,0608 | 5,11 |
| | Fichte | 203 | 1,0833 | 0,000462 | 0,0215 | 1,99 |
| | Laubholz | 25 | 1,0678 | 0,002458 | 0,0496 | 4,64 |
| Baumhöhe m | Insgesamt | 1202 | 16,63 | 5,43 | 2,33 | 14,01 |
| | Kiefer | 974 | 17,05 | 4,68 | 2,16 | 12,69 |
| | Fichte | 203 | 15,04 | 3,68 | 1,92 | 12,76 |
| | Laubholz | 25 | 13,32 | 11,39 | 3,38 | 25,34 |
| Kronenlänge m | Insgesamt | 1202 | 4,26 | 3,52 | 1,88 | 44,01 |
| | Kiefer | 974 | 3,98 | 2,88 | 1,70 | 42,65 |
| | Fichte | 203 | 4,98 | 1,94 | 1,39 | 28,00 |
| | Laubholz | 25 | 9,60 | 5,83 | 2,42 | 25,16 |

Tabelle 13:

Durchschnitte und Streuungswerte der Gesamtheit:

Einheit ist die Probefläche zu 100 Quadratmeter.

| Merkmal: | Gesamtheit: | N | $\mu$ | $\sigma^2$ | $\sigma$ | $\gamma$ % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Stammzahl in der Pr.Fläche. | Insgesamt | 100 | 12,02 | 8,9697 | 2,992 | 24,90 |
| | Kiefer | 100 | 9,74 | 12,8050 | 3,580 | 36,77 |
| | Fichte | 100 | 2,03 | 14,3730 | 3,790 | 186,70 |
| | Laubholz | 100 | 0,25 | 0,3308 | 0,576 | 230,40 |
| Kreisfläche $m^2$ | Insgesamt | 100 | 0,46199 | 0,007376 | 0,0859 | 18,59 |
| | Kiefer | 100 | 0,40834 | 0,043859 | 0,2094 | 51,28 |
| | Fichte | 100 | 0,04540 | 0,008079 | 0,0898 | 197,80 |
| | Laubholz | 100 | 0,00825 | 0,000456 | 0,0214 | 259,30 |
| $d_{1,3}$ m.R. Durchschnitt cm | Insgesamt | 100 | 21,8224 | 4,5665 | 2,137 | 9,79 |
| | Kiefer | 100 | 23,0387 | 4,4093 | 2,100 | 9,12 |
| | Fichte | 36 | 15,1690 | 11,2180 | 3,356 | 22,12 |
| | Laubholz | 19 | 19,5278 | 37,4282 | 6,110 | 31,30 |
| Rindendicke Durchschnitt cm | Insgesamt | 100 | 3,1673 | 0,4202 | 0,6482 | 20,47 |
| | Kiefer | 100 | 3,5931 | 0,2645 | 0,5143 | 14,31 |
| | Fichte | 36 | 1,1742 | 0,1354 | 0,3680 | 31,34 |
| | Laubholz | 19 | 1,1042 | 1,1128 | 1,0550 | 100,12 |
| Rindenfaktor Durchschnitt | Insgesamt | 100 | 1,1704 | 0,001221 | 0,0349 | 2,99 |
| | Kiefer | 100 | 1,1889 | 0,000719 | 0,0268 | 2,26 |
| | Fichte | 36 | 1,0880 | 0,001660 | 0,0407 | 3,74 |
| | Laubholz | 19 | 1,0653 | 0,002390 | 0,0489 | 4,59 |
| Baumhöhe Durchschnitt m | Insgesamt | 100 | 16,587 | 1,879 | 1,370 | 8,25 |
| | Kiefer | 100 | 17,210 | 1,380 | 1,175 | 6,83 |
| | Fichte | 36 | 12,806 | 19,009 | 4,360 | 34,10 |
| | Laubholz | 19 | 12,405 | 19,596 | 4,420 | 35,55 |
| Kronenlänge Durchschnitt m | Insgesamt | 100 | 4,340 | 0,604 | 0,778 | 17,92 |
| | Kiefer | 100 | 4,101 | 0,689 | 0,830 | 20,30 |
| | Fichte | 36 | 5,191 | 1,037 | 1,018 | 19,60 |
| | Laubholz | 19 | 9,851 | 7,183 | 2,680 | 27,18 |

Anmerkung: Die Durchschnitte wurden als einfaches arithmetisches Mittel berechnet. Darauf sind Abweichungen gegenüber den Durchschnitten der Tafel 12 zurückzuführen.

Der Stichprobenfehler kann nicht mehr festgestellt werden. Ein solches Vorgehen wäre nur zu rechtfertigen, wenn über die Streuungsverhältnisse der Gesamtheit völlige Klarheit besteht, was kaum jemals der Fall sein wird.

Es kann kein Zweifel darüber bestehen, daß die Anwendung der Lochkartenmaschinen in der Forstwirtschaft in Zukunft immer größeren Umfang erreichen wird, wenn auch derzeit noch viele, unbegründete Vorurteile diese Entwicklung verzögern.

Tabelle 15: Aus der Gesamtheit von 100 Probeflächen wurde eine Stichprobe von 10 Flächen nach dem Zufall entnommen. Bei der Berechnung von $c_{\bar{x}}$ % wurde c % für $\gamma$% eingesetzt. Die darunter stehenden Werte zeigen die wirkliche Genauigkeit, wobei die $\gamma$% aus den Tabellen 12 und 13 verwendet wurden. Die Werte stimmen im allgemeinen gut überein, nur für die Kiefernkreisfläche zeigt sich eine starke Abweichung.

Zur Berechnung der Streuungen der Merkmale Rindenfaktor, Höhe, Kronenlänge und Kronenprozent wurden die Quadrate der Werte aus der Originalaufnahme entnommen. n - 1 = 122. Für Stammzahl und Kreisfläche ist n - 1 = 9.

------------------------

Tabelle 14:

Beispiel für die Durchrechnung einer einzelnen Probefläche. Fläche Nr. 72, Größe = 100 $m^2$.

| Nummer | Holzart | Stammklasse | Güteklasse | $d_{1,3}$ m.R. | $(d_{1,3}\text{m.R.})^2$ | Rindendicke | Rindendicke$^2$ | $d_{1,3}$ o.R. | $(d_{1,3}\text{o.R.})^2$ | $\frac{d_{1,3}\text{m.R.}}{d_{1,3}\text{o.R.}}$ | $\left(\frac{d_{1,3}\text{m.R.}}{d_{1,3}\text{o.R.}}\right)^2$ | Baumhöhe | Baumhöhe$^2$ | Kronenlänge | Kronenl.$^2$ | Kronen % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Fi | III | B | 16,2 | 262 | 1,5 | 2,25 | 14,7 | 216 | 1,10 | 1,2100 | 17,0 | 289 | 5,0 | 25,00 | 29 |
| 2 | Ki | III | C | 19,2 | 369 | 3,2 | 10,24 | 16,0 | 256 | 1,20 | 1,4400 | 18,0 | 324 | 3,0 | 9,00 | 17 |
| 3 | Fi | III | C | 16,0 | 255 | 1,3 | 1,69 | 14,7 | 216 | 1,09 | 1,1881 | 17,0 | 289 | 5,0 | 25,00 | 29 |
| 4 | Ki | II | B | 31,0 | 961 | 4,4 | 19,36 | 26,6 | 708 | 1,17 | 1,3689 | 19,0 | 361 | 5,0 | 25,00 | 26 |
| 5 | Fi | III | B | 21,4 | 458 | 1,6 | 2,56 | 19,8 | 392 | 1,08 | 1,1664 | 17,0 | 289 | 5,0 | 25,00 | 29 |
| 6 | Ki | II | B | 27,2 | 740 | 4,5 | 20,25 | 22,7 | 515 | 1,20 | 1,4400 | 19,0 | 361 | 6,0 | 36,00 | 33 |
| 7 | Ki | IV | C | 11,8 | 139 | 1,8 | 3,24 | 10,0 | 100 | 1,18 | 1,3924 | 16,0 | 256 | 1,5 | 2,25 | 19 |
| 8 | Fi | IV | C | 15,0 | 225 | 1,4 | 1,96 | 13,6 | 185 | 1,10 | 1,2100 | 16,0 | 256 | 5,0 | 25,00 | 31 |
| 9 | Fi | IV | C | 13,3 | 177 | 1,2 | 1,44 | 12,1 | 146 | 1,10 | 1,2100 | 17,0 | 289 | 5,0 | 25,00 | 29 |
| 10 | Ki | IV | C | 15,3 | 234 | 2,6 | 6,76 | 12,7 | 161 | 1,20 | 1,4400 | 16,0 | 256 | 2,0 | 4,00 | 25 |
| 11 | Fi | III | B | 16,6 | 276 | 1,2 | 1,44 | 15,4 | 237 | 1,08 | 1,1664 | 17,0 | 289 | 5,0 | 25,00 | 29 |
| 12 | Ki | II | B | 24,0 | 576 | 2,8 | 7,84 | 21,2 | 449 | 1,13 | 1,2769 | 19,0 | 361 | 4,0 | 16,00 | 21 |
| 13 | Fi | IV | B | 16,9 | 286 | 1,4 | 1,96 | 15,5 | 240 | 1,09 | 1,1881 | 16,0 | 256 | 6,0 | 36,00 | 38 |
| 14 | Fi | III | B | 24,0 | 576 | 1,8 | 3,24 | 22,2 | 439 | 1,08 | 1,1664 | 18,0 | 324 | 8,0 | 64,00 | 44 |
| 14 | Gesamt | | Sx = | 267,9 | 5535 | 30,7 | 84,23 | 237,2 | 4314 | 15,80 | 17,8638 | 242,0 | 4200 | 65,5 | 342,25 | 389 |
| | | | $\bar{x}$ = | 19,135 | | 2,192 | | 16,942 | | 1,129 | | 17,28 | | 4,678 | | 27,8 |
| | | | s = | 5,6 | | 1,14 | | 4,76 | | 0,044 | | 1,135 | | 1,6 | | |
| | | | c% = | 29,3 | | 52,1 | | 28,1 | | 3,91 | | 5,56 | | 34,2 | | |
| 6 | Ki | | Sx = | 128,5 | 3019 | 19,3 | 67,69 | 109,2 | 2189 | 7,08 | 8,3582 | 107,0 | 1919 | 21,5 | 92,25 | 131 |
| | | | $\bar{x}$ = | 21,416 | | 3,216 | | 18,20 | | 1,18 | | 17,83 | | 3,583 | | 21,8 |
| | | | s = | 7,3 | | 1,06 | | 6,35 | | 0,0276 | | 1,484 | | 1,745 | | |
| | | | c% = | 34,1 | | 33,0 | | 34,9 | | 2,34 | | 8,31 | | 48,6 | | |
| 8 | Fi | | Sx = | 139,4 | 2516 | 11,4 | 16,54 | 128,0 | 2125 | 8,72 | 9,5054 | 135,0 | 2281 | 44,0 | 250,00 | 258,0 |
| | | | $\bar{x}$ = | 17,425 | | 1,425 | | 16,0 | | 1,09 | | 16,87 | | 5,5 | | 32,3 |
| | | | s = | 3,53 | | 0,203 | | 3,32 | | 0,0245 | | 0,707 | | 1,07 | | |
| | | | c% = | 20,3 | | 14,2 | | 20,7 | | 2,25 | | 4,2 | | 19,5 | | |

**Kreisfläche m.R.:**

Gesamt = 4347 $cm^2$
Kiefer = 2371 "
Fichte = 1976 "

**Kreisfl.Mittelst. $d_{1,3}$ m.R.:**

Gesamt = 19,9 cm
Kiefer = 22,4 "
Fichte = 17,7 "

**Kreisfl.Mittelst. $d_{1,3}$ o.R.:**

Gesamt = 17,6 cm
Kiefer = 19,1 "
Fichte = 16,3 "

**Kreisfläche o.R.:**

Gesamt = 3388 $cm^2$
Kiefer = 1719 "
Fichte = 1669 "

Tabelle 15: Beispiel einer zufällig gezogenen Stichprobe. (Nr. 1 der Serie von Tabelle 17)

Die Angaben für die einzelnen Probeflächen stammen aus den Originalaufnahmen, siehe Tabelle 14.

| Nummer | Fläche Nr. | Stammzahl gesamt | Stammzahl Ki | Stammzahl Fi | Stammz. Laubholz | Kreisfl. ges. | Kreisfl. Ki. | Kreisfl. Fi. | Kreisfl. Laubh. | Summe der Rindenfakt. | Summe der Baumhöhen. | Summe der Kronenl. | Summe der Kronen %. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 72 | 14 | 6 | 8 | 0 | 4347 | 2371 | 1976 | 0 | 15,80 | 242,0 | 65,5 | 389 |
| 2 | 4 | 9 | 8 | 0 | 1 | 4641 | 4081 | 0 | 560 | 10,03 | 152,0 | 49,0 | 312 |
| 3 | 48 | 11 | 11 | 0 | 0 | 4053 | 4053 | 0 | 0 | 13,12 | 188,5 | 40,5 | 167 |
| 4 | 16 | 15 | 15 | 0 | 0 | 5510 | 5510 | 0 | 0 | 17,84 | 253,0 | 53,0 | 304 |
| 5 | 29 | 11 | 11 | 0 | 0 | 3556 | 3556 | 0 | 0 | 13,86 | 178,5 | 35,0 | 213 |
| 6 | 77 | 11 | 11 | 0 | 0 | 4728 | 4728 | 0 | 0 | 13,24 | 200,0 | 52,5 | 281 |
| 7 | 90 | 14 | 14 | 0 | 0 | 5912 | 5912 | 0 | 0 | 16,68 | 252,5 | 53,5 | 294 |
| 8 | 79 | 10 | 10 | 0 | 0 | 4880 | 4880 | 0 | 0 | 12,04 | 175,5 | 41,5 | 234 |
| 9 | 53 | 14 | 5 | 9 | 0 | 4722 | 2119 | 2604 | 0 | 15,32 | 228,5 | 58,5 | 348 |
| 10 | 44 | 14 | 14 | 0 | 0 | 4070 | 4070 | 0 | 0 | 16,46 | 219,5 | 41,0 | 255 |
| S x | = | 123 | 105 | 17 | 1 | 46420 | 41280 | 4580 | 560 | 144,39 | 2090,0 | 490,0 | 2797 |
| n | = | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 123 | 123 | 123 | 123 |
| $\bar{x}$ | = | 12,3 | 10,5 | 1,7 | 0,1 | 4642 | 4128 | 458 | 56 | 1,174 | 16,99 | 3,98 | 22,7 |
| S $x^2$ | = | 1553,0 | 1205,0 | 145,0 | 1,0 | 219849648 | 183883436 | 10685392 | 313600 | 170,1185 | 36006 | 2329,5 | |
| $\bar{x}$ . S x | = | 1512,9 | 1102,5 | 28,9 | 0,1 | 215481640 | 170403840 | 2097640 | 31360 | 169,5139 | 35509 | 1950,2 | |
| s | = | 2,113 | 3,375 | 3,590 | 0,316 | 696,6 | 1223,9 | 976,8 | 177,1 | 0,0705 | 2,02 | 1,763 | |
| c % | = ± | 17,2 | 32,1 | 211,2 | 316,0 | 15,0 | 29,7 | 213,3 | 316,3 | 6,0 | 11,9 | 44,3 | |
| $c_{\bar{x}}$ % | = ± | 5,43 | 10,16 | 66,76 | 100,00 | 4,75 | 9,38 | 67,45 | 100,00 | 0,54 | 1,07 | 3,97 | |
| | ± | 7,85 | 11,62 | 59,00 | 72,80 | 5,88 | 16,20 | 62,60 | 82,00 | 0,52 | 1,22 | 3,97 | |

Vergleich verschiedener Methoden der Stichprobenahme:

Um die verschiedenen Methoden der Stichprobenahme in ihrem Ergebnis vergleichen zu können, wurden 5 Serien zu je 10 Stichproben aus der Gesamtheit gezogen. Die einzelne Stichprobe entspricht dem in Tabelle 15 gezeigten Beispiel. Untersucht wurden folgende Merkmale: die durchschnittliche Stammzahl und Kreisfläche auf der einzelnen Probefläche (100 $m^2$) für die gesamte Bestockung, die Kiefer, die Fichte und das Laubholz. Die durchschnittlichen Rindenfaktoren, Baumhöhen, Kronenlängen und Kronenprozente der gesamten Bestockung.

Der Durchschnitt der Serie wird daher mit $\bar{\bar{x}}$ bezeichnet, da er sich aus den Durchschnitten der einzelnen Stichproben, $\bar{x}_i$, ableitet. Die mittlere Abweichung der $\bar{x}_i$ von $\bar{\bar{x}}$ wird dementsprechend mit $s_{\bar{x}}$ und der Streuungskoeffizient mit $c_{\bar{x}}$ % bezeichnet. $c_{\bar{x}}$ % ist auch die durchschnittliche Genauigkeit, mit der ein Merkmal in einer der Serien erfaßt wurde. Schließlich wurde noch die jeweils größte Abweichung der $\bar{x}_i$ von $\bar{\bar{x}}$ festgestellt.

Tabelle 16: Die Stichproben wurden nach dem Zufall gezogen, nach jeder Ziehung aber wieder in die Gesamtheit zurückgelegt. Da die Möglichkeit bestand, eine Probefläche mehrmals zu ziehen, wurden nur 63 verschiedene Flächen gezogen.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | Flächen | kommen in | je | 3 | Stichproben vor | = | 24 Fälle |
| 21 | " | " | " | 2 | " | = | 42 " |
| 34 | " | " | " | 1 | " | = | 34 " |
| 37 | " | " | " | 0 | " | = | 00 " |
| | | | | | | | 100 Fälle |

Die Serie I repräsentiert daher nicht die ganze Gesamtheit, sondern nur einen Teil. Von diesem Teil wieder werden gewisse Flächen überrepräsentiert. Eine systematische Verzerrung der $\bar{\bar{x}}$ gegenüber der $\mu$ ist die Folge. Sie ist in manchen Fällen sehr beträchtlich. Die durchschnittliche Genauigkeit der einzelnen Merkmale, bezogen auf $\bar{\bar{x}}$, ist aber im allgemeinen höher als bei den anderen Serien. Da die systematische Verzerrung normalerweise unerkannt bleibt, würde man die scheinbaren Genauigkeiten auf $\mu$ beziehen und dabei große Fehler begehen.

<u>Tabelle 17:</u> Auch diese Serie wurde nach dem Zufall gezogen. Jede Fläche konnte aber nur einmal in einer Stichprobe vorkommen. Es wird daher von den 10 Stichproben die ganze Gesamtheit erfaßt. Die Seriendurchschnitte $\bar{\bar{x}}$ sind gleich den Durchschnitten der Gesamtheit. Es treten keine systematischen Verzerrungen auf. Dasselbe gilt für die Serien II, III, IV, V.

<u>Tabelle 18:</u> Die Stichproben der Serie III wurden systematisch nach einem starren Schema gezogen. Aus jeder zweiten Kolonne der Gesamtheit wurden je zwei Flächen im Abstand von 5 Reihen entnommen. Bei der nächsten Stichprobe rücken die Flächen jeweils um eine Reihe höher. Nach fünf Stichproben rückt man um eine Kolonne weiter nach rechts.

<u>Tabelle 19:</u> Jede Stichprobe entnimmt eine Kolonne der Gesamtheit. Sie bildet daher einen zusammenhängenden Streifen von 10 Flächen, der von Norden nach Süden verläuft.

<u>Tabelle 20:</u> Jede Stichprobe entnimmt eine Reihe der Gesamtheit. Diese bildet einen Streifen, der von Westen nach Osten verläuft.

Tabelle 16:

Serie I.:Zufallsstichprobenahmen mit Zurücklegen der gezogenen Proben:

| Stichprobe Nr. | Durchschn.Stammzahl Gesamt | Durchschnittl.St. Kiefer | Durchschn.St. Fichte | Durchschn.St. Laubholz | Durchschn. G. Gesamt | Durchschn. G. Kiefer | Durchschn. G. Fichte | Durchschn. G. Laubholz. | Durchschn. Rind.Faktor | Durchschn. Baumhöhe. | Durchschn. Kronenlänge | Durchschn. Kronenprozent. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,3 | 10,5 | 1,7 | 0,1 | 4642 | 4128 | 458 | 56 | 1,174 | 16,99 | 3,98 | 22,7 |
| 2 | 11,3 | 8,0 | 2,8 | 0,5 | 4601 | 3674 | 765 | 162 | 1,142 | 16,60 | 4,75 | 29,3 |
| 3 | 12,2 | 7,9 | 4,1 | 0,2 | 4341 | 3450 | 871 | 20 | 1,152 | 16,45 | 4,60 | 29,0 |
| 4 | 11,5 | 8,3 | 3,2 | 0,0 | 4310 | 3521 | 789 | 0 | 1,153 | 16,67 | 4,21 | 25,0 |
| 5 | 12,7 | 11,2 | 1,3 | 0,2 | 4863 | 4463 | 327 | 73 | 1,164 | 16,64 | 4,00 | 23,9 |
| 6 | 11,7 | 8,5 | 3,1 | 0,1 | 4417 | 3682 | 721 | 14 | 1,153 | 16,81 | 4,48 | 26,4 |
| 7 | 12,9 | 8,5 | 4,2 | 0,2 | 4481 | 3472 | 954 | 55 | 1,157 | 16,52 | 4,49 | 27,9 |
| 8 | 11,9 | 9,7 | 2,2 | 0,0 | 4440 | 3905 | 535 | 0 | 1,174 | 17,16 | 4,14 | 24,1 |
| 9 | 11,9 | 9,0 | 2,9 | 0,0 | 4697 | 3988 | 709 | 0 | 1,165 | 16,99 | 4,66 | 27,5 |
| 10 | 12,2 | 9,3 | 2,7 | 0,2 | 4335 | 3727 | 563 | 44 | 1,167 | 16,13 | 3,96 | 24,6 |
| $\bar{\bar{x}}$ = | 12,06 | 9,09 | 2,82 | 0,15 | 4512,6 | 3806,4 | 669,2 | 42,4 | 1,1601 | 16,697 | 4,327 | 26,04 |
| $\mu$ = | 12,02 | 9,74 | 2,03 | 0,25 | 4620 | 4083 | 454 | 83 | 1,159 | 16,63 | 4,26 | 26,05 |
| $\frac{\bar{x}-\mu}{\mu} . 100$ = | + 0,33 | - 6,68 | + 38,90 | - 40,00 | - 2,32 | - 6,77 | + 47,4 | - 48,9 | - 0,76 | + 0,40 | + 1,57 | - 0,04% |
| $s_{\bar{x}}$ = | ± 0,506 | 1,095 | 0,928 | 0,0228 | 182,3 | 242,0 | 61,5 | 15,7 | 0,0104 | 0,302 | 0,3026 | 2,305 |
| $c_{\bar{x}}$ % = | ± 4,20 | 12,06 | 32,9 | 15,1 | 4,03 | 6,36 | 9,2 | 37,2 | 0,896 | 1,81 | 7,0 | 8,85% |

Maximale Abweichung von $\bar{\bar{x}}$:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| = | + 6,98 | + 23,30 | - 53,90 | + 233,00 | + 7,77 | + 17,23 | - 51,00 | + 283,00 | - 1,56 | - 3,38 | + 12,70 | -12,78% |

Tabelle 17:

Serie II.: Zufallsstichprobenahmen ohne Zurücklegen der gezogenen Proben:

| Stichprobe Nr. | Durchschn. Stammz. Gesamt | Durchschn. Stammz. Kiefer | Durchschn. Stammz. Fichte | Durchschn. Stammz. Laubholz. | Durchschn. G. Gesamt. | Durchschn. G. Kiefer. | Durchschn. G. Fichte. | Durchschn. G. Laubholz. | Durchschn. Rindenfaktor | Durchschn. Baumhöhe. | Durchschn. Kronenlänge | Durchschn. Kronenprozent |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,3 | 10,5 | 1,6 | 0,2 | 4657 | 4128 | 458 | 71 | 1,172 | 17,31 | 3,98 | 22,7 |
| 2 | 11,3 | 8,0 | 3,0 | 0,3 | 4419 | 3619 | 736 | 64 | 1,175 | 17,00 | 5,04 | 32,8 |
| 3 | 11,2 | 8,5 | 2,4 | 0,2 | 4088 | 3614 | 442 | 32 | 1,150 | 16,79 | 3,97 | 25,7 |
| 4 | 13,2 | 11,4 | 1,8 | 0,0 | 4916 | 4469 | 447 | 0 | 1,164 | 17,12 | 3,97 | 23,0 |
| 5 | 11,8 | 8,6 | 3,0 | 0,2 | 4316 | 3672 | 566 | 78 | 1,162 | 16,68 | 4,34 | 27,2 |
| 6 | 12,0 | 10,4 | 1,6 | 0,0 | 4792 | 4380 | 412 | 0 | 1,180 | 17,71 | 4,21 | 24,0 |
| 7 | 13,0 | 8,8 | 3,9 | 0,3 | 4647 | 3707 | 888 | 52 | 1,160 | 16,76 | 4,50 | 27,0 |
| 8 | 12,8 | 11,5 | 1,1 | 0,2 | 4924 | 4688 | 197 | 39 | 1,173 | 16,87 | 4,05 | 24,9 |
| 9 | 11,5 | 10,1 | 0,9 | 0,5 | 4877 | 4478 | 165 | 234 | 1,174 | 16,83 | 4,33 | 26,4 |
| 10 | 11,2 | 9,6 | 1,0 | 0,6 | 4564 | 4075 | 229 | 260 | 1,180 | 16,23 | 4,21 | 26,8 |
| $\bar{\bar{x}} = \mu =$ | 12,02 | 9,74 | 2,03 | 0,25 | 4620 | 4083 | 454 | 83 | 1,169 | 16,63 | 4,26 | 26,05 |
| $s_{\bar{x}} =$ | $\pm$ 0,775 | 1,238 | 1,009 | 0,19 | 278 | 411 | 232 | 90,8 | 0,0097 | 0,396 | 0,246 | 2,88 |
| $c_{\bar{x}}$ % = | $\pm$ 6,45 | 12,7 | 49,6 | 76,1 | 6,02 | 10,07 | 51,0 | 109,4 | 0,83 | 2,34 | 5,78 | 11,05 % |

Maximale Abweichung von $\bar{\bar{x}}$:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| = | + 9,6 | + 18,1 | + 92,4 | + 140,0 | - 11,5 | + 14,8 | + 95,8 | + 213,8 | - 1,5 | + 4,5 | + 18,3 | + 26,0 % |

Tabelle 18:

## Serie III.: Systematische Stichprobenahmen:

| Stichprobe Nr. | Durchschn. Stammz. Gesamt | Durchschn. Stammz. Kiefer | Durchschn. Stammz. Fichte | Durchschn. Stammz. Laubholz | Durchschn. G. Gesamt | Durchschn. G. Kiefer | Durchschn. G. Fichte | Durchschn. G. Laubholz. | Durchschn. Rindenfaktor | Durchschn. Baumhöhe | Durchschn. Kronenlänge | Durchschn. Kronenprozent. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,7 | 9,8 | 2,7 | 0,2 | 4559 | 3910 | 561 | 88 | 1,160 | 16,56 | 4,19 | 25,3 |
| 2 | 11,0 | 9,4 | 1,5 | 0,1 | 4509 | 4069 | 401 | 39 | 1,164 | 17,11 | 4,40 | 26,4 |
| 3 | 13,5 | 11,5 | 1,4 | 0,6 | 5137 | 4629 | 297 | 211 | 1,174 | 17,51 | 4,10 | 24,5 |
| 4 | 12,8 | 10,9 | 1,1 | 0,8 | 4860 | 4459 | 256 | 145 | 1,178 | 16,97 | 4,25 | 26,9 |
| 5 | 11,1 | 9,4 | 1,7 | 0,0 | 4366 | 3934 | 432 | 0 | 1,166 | 16,94 | 4,15 | 25,0 |
| 6 | 13,1 | 9,9 | 3,2 | 0,0 | 4741 | 4073 | 668 | 0 | 1,160 | 16,36 | 4,25 | 26,6 |
| 7 | 11,8 | 9,4 | 2,1 | 0,3 | 4537 | 3933 | 481 | 123 | 1,176 | 17,17 | 4,39 | 26,3 |
| 8 | 11,2 | 8,8 | 2,2 | 0,2 | 4418 | 3802 | 516 | 100 | 1,177 | 17,27 | 4,28 | 26,0 |
| 9 | 11,3 | 9,3 | 1,7 | 0,3 | 4322 | 3918 | 280 | 124 | 1,171 | 16,77 | 4,29 | 27,5 |
| 10 | 11,7 | 9,0 | 2,7 | 0,0 | 4765 | 4103 | 547 | 0 | 1,165 | 17,00 | 4,36 | 26,0 |
| $\bar{\bar{x}} = \mu =$ | 12,02 | 9,74 | 2,03 | 0,25 | 4620 | 4083 | 454 | 83 | 1,169 | 16,63 | 4,26 | 26,05 |
| $s_{\bar{x}} = \pm$ | 0,92 | 0,845 | 0,709 | 0,268 | 124 | 221 | 147 | 71,8 | 0,007 | 0,282 | 0,1 | 0,915 |
| $c_{\bar{x}}\ \% = \pm$ | 7,65 | 8,68 | 34,9 | 107,2 | 2,12 | 5,42 | 32,5 | 86,5 | 0,6 | 1,67 | 2,34 | 3,46 % |

Maximale Abweichung von $\bar{\bar{x}}$:

= + 12,3 + 18,0 + 57,9 + 220,0 + 11,2 + 13,5 + 47,3 + 154,0 + 0,8 - 3,4 - 3,9 - 6,0 %

Tabelle 19:

Serie IV.: Stichprobenahmen in Kolonnen:

| Stichprobe Nr. | Durchschn. Stammz. Gesamt | Durchschn. Stammz. Kiefer | Durchschn. Stammz. Fichte | Durchschn. Stammzah Laubholz | Durchschn. G. Gesamt | Durchschnitt G. Kiefer | Durchschnitt G. Fichte | Durchschnitt G. Laubholz | Durchschnitt Rindenfaktor | Durchschnitt Baumhöhe | Durchschnitt Kronenlänge | Durchschnitt Kronenprozent. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,4 | 6,0 | 6,3 | 0,3 | 4475 | 3076 | 1334 | 65 | 1,142 | 16,05 | 4,84 | 30,8 |
| 2 | 12,8 | 6,3 | 6,1 | 0,4 | 4583 | 3084 | 1394 | 105 | 1,124 | 16,27 | 4,89 | 30,7 |
| 3 | 12,4 | 7,6 | 4,7 | 0,1 | 4508 | 3402 | 1050 | 56 | 1,162 | 16,71 | 4,50 | 28,1 |
| 4 | 12,8 | 11,0 | 1,4 | 0,4 | 5090 | 4583 | 328 | 179 | 1,168 | 16,80 | 4,14 | 24,9 |
| 5 | 10,8 | 10,3 | 0,3 | 0,2 | 4747 | 4585 | 57 | 105 | 1,193 | 17,32 | 4,17 | 23,9 |
| 6 | 13,5 | 13,2 | 0,2 | 0,1 | 5275 | 5236 | 28 | 11 | 1,183 | 16,78 | 3,54 | 20,9 |
| 7 | 11,8 | 11,4 | 0,3 | 0,1 | 4652 | 4554 | 69 | 29 | 1,182 | 17,05 | 4,23 | 24,9 |
| 8 | 10,6 | 10,0 | 0,2 | 0,4 | 4238 | 4010 | 55 | 173 | 1,178 | 17,00 | 4,54 | 26,7 |
| 9 | 11,7 | 11,1 | 0,5 | 0,1 | 4269 | 4137 | 83 | 49 | 1,179 | 16,12 | 3,76 | 23,6 |
| 10 | 11,4 | 10,5 | 0,5 | 0,4 | 4363 | 4163 | 142 | 58 | 1,179 | 16,19 | 4,44 | 26,0 |
| $\bar{\bar{x}} = \mu =$ | 12,02 | 9,74 | 2,03 | 0,25 | 4620 | 4083 | 454 | 83 | 1,169 | 16,63 | 4,26 | 26,05 |
| $s_{\bar{x}} = \pm$ | 0,925 | 2,345 | 2,539 | 0,1435 | 339,5 | 710,6 | 568,6 | 57,0 | 0,02115 | 0,442 | 0,436 | 3,14 |
| $c_{\bar{x}}$ % = ± | 7,70 | 24,1 | 125,1 | 57,40 | 7,35 | 17,4 | 125,2 | 68,6 | 1,81 | 2,66 | 10,21 | 12,05 % |

Maximale Abweichung von $\bar{\bar{x}}$:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| = | + 12,3 | - 38,4 | + 200,5 | - 60,0 | + 14,2 | + 28,2 | + 207,0 | + 115,6 | - 3,8 | + 4,1 | - 17,0 | + 18,2 % |

Tabelle 20:

## Serie V: Stichprobenahmen in Reihen:

| Stichprobe Nr. | Durchschnitt St. Gesamt | Durchschnitt St. Kiefer | Durchschnitt St. Fichte. | Durchschnitt St. Laubholz. | Durchschnitt G. Gesamt | Durchschnitt G Kiefer | Durchschnitt G Fichte | Durchschnitt G Laubholz | Durchschnitt Rindenfaktor | Durchschnitt Baumhöhe | Durchschnitt Kronenlänge | Durchschnitt Kronenprozent. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8,9 | 8,6 | 0,1 | 0,2 | 5156 | 4037 | 6 | 113 | 1,140 | 16,34 | 5,10 | 31,5 |
| 2 | 12,6 | 11,9 | 0,2 | 0,5 | 4902 | 4762 | 23 | 117 | 1,190 | 16,10 | 3,96 | 25,0 |
| 3 | 10,5 | 9,9 | 0,2 | 0,4 | 4282 | 4181 | 17 | 84 | 1,200 | 16,35 | 4,11 | 25,9 |
| 4 | 12,6 | 11,5 | 0,7 | 0,4 | 4714 | 4529 | 66 | 119 | 1,189 | 16,52 | 4,29 | 28,0 |
| 5 | 12,1 | 10,3 | 1,8 | 0,0 | 4293 | 3953 | 340 | 0 | 1,174 | 16,27 | 3,73 | 23,5 |
| 6 | 13,6 | 11,3 | 2,2 | 0,1 | 4793 | 4171 | 615 | 7 | 1,152 | 16,96 | 4,08 | 24,0 |
| 7 | 12,1 | 8,9 | 2,8 | 0,4 | 4719 | 3958 | 563 | 198 | 1,170 | 17,09 | 4,22 | 24,4 |
| 8 | 10,8 | 8,7 | 2,1 | 0,0 | 4585 | 4120 | 465 | 0 | 1,172 | 17,19 | 4,31 | 24,9 |
| 9 | 14,4 | 9,9 | 4,3 | 0,2 | 5303 | 4190 | 1010 | 103 | 1,159 | 17,07 | 4,19 | 24,4 |
| 10 | 12,6 | 6,4 | 5,9 | 0,3 | 4453 | 2929 | 1435 | 89 | 1,134 | 16,41 | 4,66 | 28,9 |
| $\bar{\bar{x}} = \mu =$ | 12,02 | 9,74 | 2,03 | 0,25 | 4620 | 4083 | 454 | 83 | 1,169 | 16,63 | 4,26 | 26,05 |
| $s_{\bar{x}} = \pm$ | 1,589 | 1,660 | 1,915 | 0,178 | 344,7 | 481,8 | 477,4 | 63,7 | 0,02123 | 0,4025 | 0,38 | 2,595 |
| $c_{\bar{x}}$ % = + | 13,22 | 17,04 | 94,33 | 71,20 | 7,46 | 11,80 | 105,15 | 76,79 | 1,82 | 2,42 | 8,89 | 9,95 % |

Maximale Abweichung von $\bar{\bar{x}}$:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| = | - 26,0 | - 34,3 | + 191,0 | - 100,0 | + 14,8 | - 28,3 | + 216,1 | + 138,6 | - 3,0 | + 3,4 | + 19,6 | + 20,9 % |

Vergleich der Ergebnisse der Serien II - V

| Merkmal: | Serie II | Serie III | Serie IV | Serie V |
|---|---|---|---|---|
| | | $c_{\bar{x}}$ % = ± | | |
| Durchschnittliche Stammzahl: | | | | |
| Gesamt | 6,45 | 7,65 | 7,70 | 13,22 |
| Kiefer | 12,70 | 8,68 | 24,08 | 17,04 |
| Fichte | 49,60 | 34,93 | 125,07 | 94,33 |
| Laubholz | 76,10 | 107,20 | 57,40 | 71,20 |
| Durchschnittliche Kreisfläche: | | | | |
| Gesamt | 6,02 | 2,12 | 7,35 | 7,46 |
| Kiefer | 10,07 | 5,42 | 17,40 | 11,80 |
| Fichte | 51,00 | 32,47 | 125,24 | 105,15 |
| Laubholz | 109,40 | 86,53 | 68,60 | 76,79 |
| Durchschnittlicher Rindenfaktor | o,83 | 0,60 | 1,81 | 1,82 |
| Durchschnittliche Baumhöhe | 2,34 | 1,67 | 2,66 | 2,42 |
| Durchschnittl. Kronenlänge | 5,78 | 2,34 | 10,21 | 8,89 |
| Durchschnittl. Kronenprozent | 11,05 | 3,46 | 12,05 | 9,95 |
| Im Mittel der Merkmale: | 28,5 % | 24,4 % | 38,3 % | 35,0 % |

Serie II und III erscheinen ziemlich gleichwertig. Eine Überlegenheit der systematischen Stichprobenahme ist aber klar ersichtlich. Von den 12 Merkmalen erreichen 9 in der systematischen Serie ihre größte Genauigkeit. Die Serie II erreicht nur einmal die größte, aber achtmal die zweitgrößte Genauigkeit. Diese Überlegenheit der systematischen Stichprobenahme wird allgemein in der Fachliteratur festgestellt. Sie muß aber nicht unbedingt eintreffen, und kann vor allem nicht vorherberechnet werden. Man kalkuliert also bei der Planung einer Stichprobenerhebung nicht von vornherein mit ihr, sondern betrachtet sie als zusätzliche Sicherheit.

Die Serien IV und V zeigen im Durchschnitt eine weit geringere Genauigkeit. Die Gründe dafür sind in der starken Inhomogenität der Gesamtheit und im Auftreten bestimmter "trends" zu suchen. Damit bezeichnet man eine bestimmte Vorordnung in der Verteilung der Merkmalswerte. Sie wirkt entgegen der normalen Zufallsverteilung. Steigt oder fällt ein Merkmalswert stetig in einer bestimmten Richtung der Gesamtheit, so ist das ein systematischer "trend". Beobachtet man ein regelmäßiges Steigen und Fallen der Werte, so bezeichnet man diese Erscheinung als rhythmischen "trend".

In unserem Beispiel steigt die Stammzahl in den Reihen von S nach N an, während sie in den Kolonnen ziemlich gleich bleibt. Die Serie V zeigt daher auch die geringste Genauigkeit für die Stammzahl ( ± 13,22 %). Die Fichte tritt besonders im Ostteil gehäuft auf. In der Serie IV ist der Fichtenanteil daher auch am schlechtesten erfaßt ( ± 125,07 % ). Die Kiefer wird dadurch auch in Mitleidenschaft gezogen und zeigt ebenfalls den schlechtesten Wert. ( ± 24,08 % ). Der Stichprobenfehler für Laubholz ist infolge des geringen Anteiles allgemein ziemlich hoch, aber im Mittel nicht viel höher als der der Fichte, obwohl die Fichte zahlenmäßig den fünffachen Laubholzanteil ausmacht. Das Laubholz ist eben sehr gleichmäßig in der Gesamtheit verteilt, daher wird es auch von den Serien IV und V so gut erfaßt. Die geringe Genauigkeit des Rindenfaktors in den Serien IV und V rührt ebenfalls von der ungleichmäßigen Verteilung der Holzarten her. Bei der Baumhöhe zeigt sich eine stetige Zunahme von S nach N und gleichzeitig ein rhythmischer "trend" von O nach W. Geringe Genauigkeiten in den Serien IV und V sind die Folge.

Im allgemeinen kann man feststellen, daß bei normal verteilten Gesamtheiten die Stichprobenahme in Kolonnen oder Reihen nicht empfehlenswert ist. Sind "trends" bekannt, die nur in einer Richtung wirksam werden, so kann eine Modifikation der starr verteilten, systematischen Stichprobe gelegentlich vorteilhaft sein. So besteht oft an Berghängen der "trend" einer Verschlechterung der Ertragsklasse mit zunehmender Höhe. Hier kann man an Genauigkeit gewinnen, wenn man die Probeflächen entlang der Fallinien aneinanderrückt und die Abstände zwischen diesen Kolonnen entsprechend vergrößert.

Tabelle 21: bringt noch ein Beispiel für die praktische Anwendbarkeit der Formel (26). Aus der Gesamtheit von 974 Kiefern wurden zwei Serien von Stichproben gezogen. Untersucht wurde die Baumhöhe. Der Streuungskoeffizient der Gesamtheit $\gamma\%$ = 12,7 %, der Durchschnitt $\mu$ = 17,05 m. Nach Formel (26) berechnet man für eine gewünschte Genauigkeit $c_{\bar{x}}\%$ = 10 und eine Überschreitungswahrscheinlichkeit P = 5 % einen Stichprobenumfang n = 9. Je zwanzig Stichproben von 9 Stämmen wurden zufällig und systematisch gezogen, die Durchschnitte gebildet und die Abweichungen gegenüber $\mu$ festgestellt.

Bei der Zufallsserie überschreitet der Fehler einer Stichprobe die gewünschte Genauigkeit von 10 %. Das entspricht genau der Überschreitungswahrscheinlichkeit von 5 %. Der durchschnittliche Stichprobenfehler beträgt ± 3,66 %.

Bei der systematischen Serie zeigt sich ein beträchtlicher Genauigkeitsgewinn. Der größte Fehler beträgt nur 6,8 %. Der durchschnittliche Stichprobenfehler beträgt nur 2,58 %.

Dieses Beispiel zeigt, daß auch mit kleinem Stichprobenumfang noch gearbeitet werden kann. Jedoch ist zu beachten, daß in diesem Fall ein äußerst geringer Streuungskoeffizient der Gesamtheit vorliegt. Wenn möglich, wird man unter einen Umfang von 10 Probeflächen nicht herabgehen.

Zum Abschluß möchte ich noch auf die Ergebnisse zweier Versuche eingehen, die einen gewissen Einblick in die Beziehungen zwischen Stichprobenumfang und Probeflächengröße einerseits und Genauigkeit und Streuungen andererseits gestatten. Untersucht wurde die Stammzahl pro Einheit (Probefläche).

Tabelle 21:

Zwei Stichprobeserien zur Bestimmung der durchschnittlichen Baumhöhe:

Holzart = Kiefer, $N$ = 974, $v$% = 12,7, $\mu$ = 17,05 m.

$c_{\bar{x}}$ % = 10, $P$ = 5 %, $n$ = 9;

| Serie I. Zufällig: | | | Serie II. Systematisch: | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nr. | $\bar{x}$ | v % | Nr. | $\bar{x}$ | v % |
| 1 | 16,50 | - 3,23 | 1 | 17,83 | + 4,52 |
| 2 | 18,33 | + 7,51 | 2 | 16,61 | + 2,58 |
| 3 | 16,22 | - 4,77 | 3 | 16,33 | - 4,22 |
| 4 | 17,55 | + 2,93 | 4 | 16,89 | + 0,94 |
| 5 | 18,33 | + 7,51 | 5 | 17,78 | + 4,28 |
| 6 | 17,78 | + 4,28 | 6 | 16,56 | - 2,88 |
| 7 | 16,95 | - 0,69 | 7 | 17,61 | + 3,17 |
| 8 | 15,95 | - 6,45 | 8 | 17,00 | + 0,29 |
| 9 | 16,89 | - 0,90 | 9 | 17,28 | + 1,35 |
| 10 | 17,00 | - 0,29 | 10 | 17,61 | + 3,29 |
| 11 | 17,72 | + 3,92 | 11 | 16,61 | - 2,58 |
| 12 | 17,28 | + 1,00 | 12 | 17,11 | + 0,35 |
| 13 | 16,89 | - 0,82 | 13 | 16,94 | + 0,64 |
| 14 | 16,94 | - 0,65 | 14 | 17,06 | + 0,06 |
| 15 | 17,06 | 0,00 | 15 | 16,39 | - 3,87 |
| 16 | 15,95 | - 6,45 | 16 | 16,22 | - 5,46 |
| 17 | 18,11 | + 6,22 | 17 | 16,89 | - 0,94 |
| 18 | 17,54 | + 2,79 | 18 | 17,33 | + 1,64 |
| 19 | 18,78 | + 10,15 | 19 | 15,89 | - 6,80 |
| 20 | 17,50 | + 2,63 | 20 | 17,33 | + 1,64 |
| Mittlerer Fehler: | | ± 3,66 % | Mittlerer Fehler: | | ± 2,575 % |

Tafel II:

Es wurden vier Serien von Stichproben nach dem reinen Zufall gezogen. Die Tafel zeigt die $\bar{x}$ und c % dieser Stichproben bei einem von 2 bis 30 steigenden n.

Aus dem Schaubild kann man entnehmen, daß die $\bar{x}$ und c % sich mit steigendem n immer mehr den Werten der Gesamtheit $\mu$ und $\gamma$ % nähern. Die Abweichungen von den Werten der Gesamtheit sind bei kleinem n durchschnittlich sehr groß, sinken dann stark ab und nehmen schließlich nur mehr sehr langsam ab.

Man sieht aber auch, daß die Abweichungen der Durchschnitte und der Streuungskoeffizienten voneinander unabhängig sind. So ist z.B. der Streuungskoeffizient der Serie 4 bei einem n = 2 gleich null, während der dazugehörige Durchschnitt um etwa + 21 % von $\mu$ abweicht. Würde man in diesem Fall in die Formeln (25) oder (26) an Stelle von $\gamma$ % das c % einsetzen, so käme man zu dem Schluß, daß $\bar{x}$ keinen Stichprobenfehler aufweisen kann. Die Gesamtheit würde uns völlig homogen erscheinen. Man sieht, daß erst ab einem größeren n das $\gamma$ % durch c % ersetzt werden kann. In diesem Fall könnte das etwa ab einem n = 10 geschehen. Besitzt eine Gesamtheit einen höheren Streuungskoeffizienten, so wird sich auch diese Grenze entsprechend nach oben verschieben.

Tafel III:

Eine weitere wichtige Frage beschäftigt sich mit der optimalen Größe der Einheit. Es wurde eine Stichprobenserie mit gleichbleibendem Umfang der Stichprobe, aber mit größer werdender Einheit gezogen.

Zuerst fällt auf, daß mit Anwachsen der Einheit im allgemeinen c % sinkt. Daraus darf man aber noch nicht auf eine gleichbleibende oder gar steigende Wirtschaftlichkeit der Stichprobe schließen.

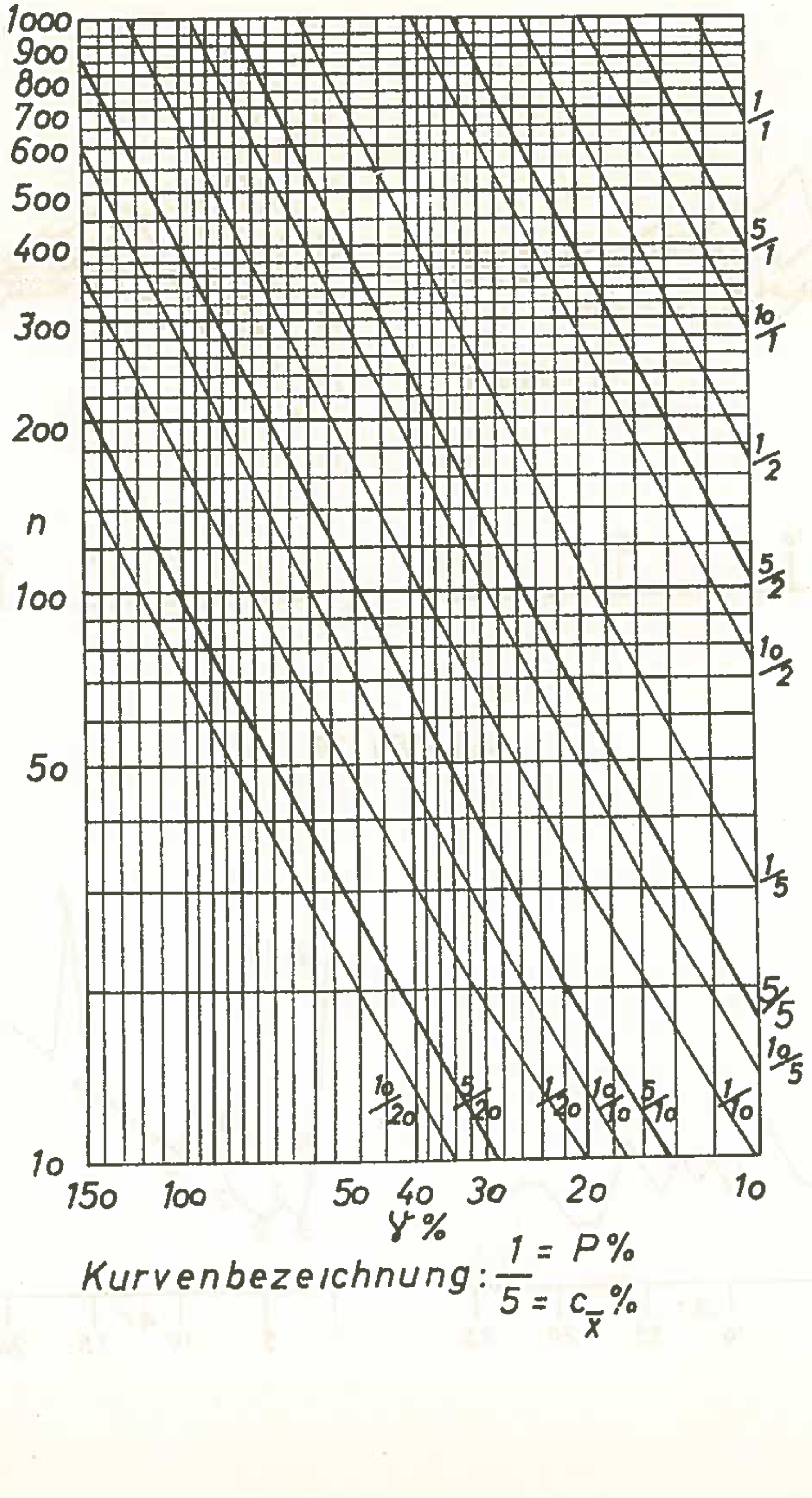
Die Tafel zeigt auch die Veränderung des Flächenaufnahmeprozentes f % für die entsprechenden c % und die aus Formel (26) errechneten n. Angenommen wurde eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von 5 % und eine Genauigkeit von 10 %. Da die Kosten im allgemeinen in einem direkten Verhältnis zu f % stehen, kann man aus der Zeichnung entnehmen, daß die günstigste Größe der Einheit bei 300 bis 500 $m^2$ liegt.

Wenn man nun noch berücksichtigt, daß n mindestens gleich 10 sein soll,und ein kleines n außerdem eine Verschlechterung des Ergebnisses für die Holzartenanteile bringen würde, kommt man schließlich zur Wahl einer Einheit mit 200 $m^2$. Diese optimale Größe der Probefläche gilt natürlich nur für diesen speziellen Fall.

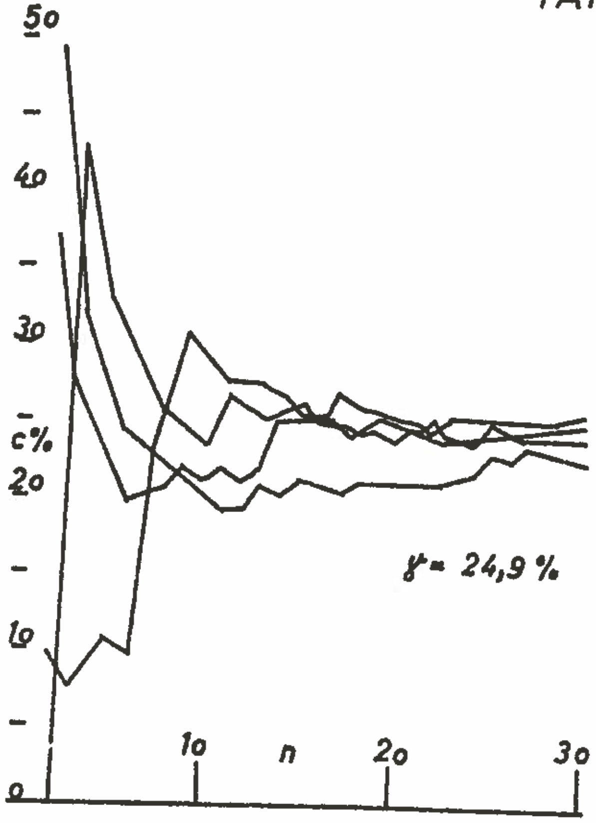
Diese beiden Beispiele zeigen noch einmal, wie wichtig es ist, genaue Untersuchungen über die Streuungsverhältnisse der Gesamtheiten durchzuführen, die für forstliche Untersuchungen in Frage kommen. Nur so können sichere und genaue Ergebnisse bei größter Wirtschaftlichkeit erreicht werden.

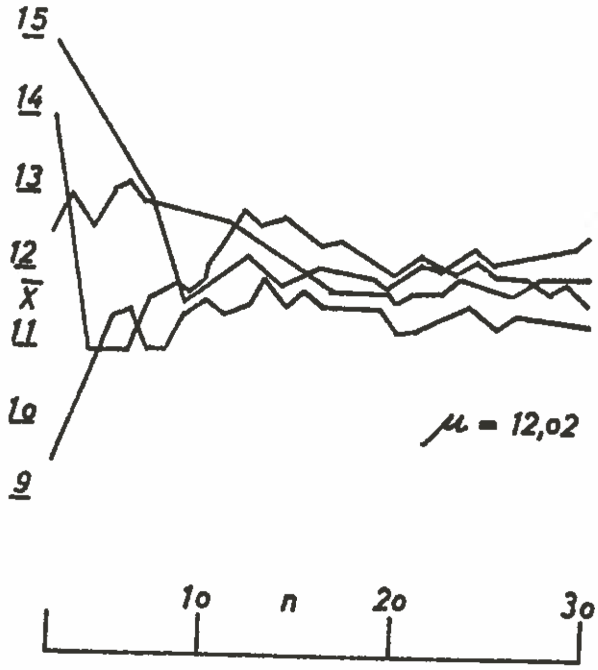
--------------------

TAFEL I

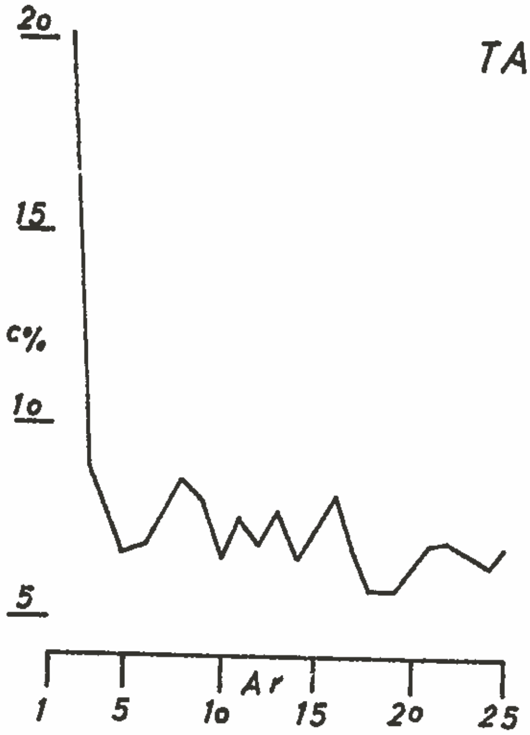

1000
900
800
700
600
500
400
300
200
n
100
5o
1o
15o
1oo
5o
4o
3o
2o
1o
γ %
1/1
5/1
1o/1
1/2
5/2
1o/2
1/5
5/5
1o/5
1o/2o
5/2o
1/2o
1o/1o
5/1o
1/1o
Kurvenbezeichnung: 1 = P %
5 = $c_{\bar{x}}$ %

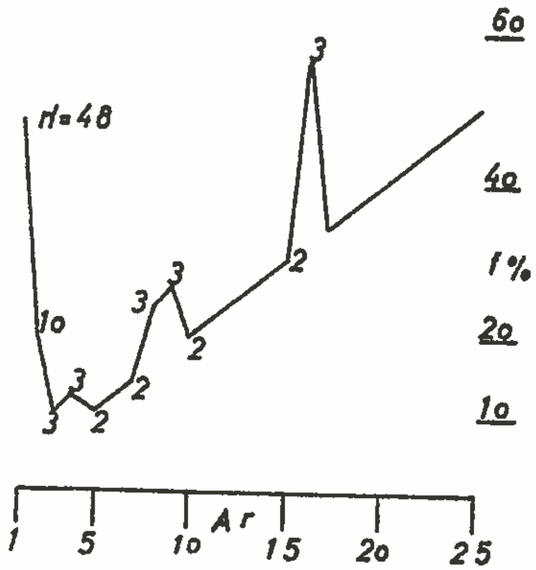
# TAFEL II




# TAFEL III



## L i t e r a t u r:


1. B a u m a n n H. (1955) "Rationelle Stichprobenverfahren in der Forsteinrichtung." Allg. Forst- und Jagdzeitung, Frankfurt a.Main, 126 Jg., Heft 1.

2. D e m i n g W.E. (1950) "Some Theory of Sampling." John Wiley & Sons, Inc. New York

3. E c k e r t Dr.K.H. (1951) "Untersuchung über die Eignung und Anwendung statistischer Methoden als Hilfsmittel forstlicher Inventuren." Mitteil.d.Bundesanstalt f.Forst- und Holzwirtschaft, Reinbek bei Hamburg. Nr. 24.

4. L i n d e r A. (1951) "Statistische Methoden" Verlag Birkhäuser, Basel, 2. Aufl.

5. " " (1953) "Planen und Auswerten von Versuchen." Verlag Birkhäuser, Basel.

6. L o e t s c h Dr.F. (1950) "Qualitative und quantitative Holzvorratsinventur nach dem Verfahren des repr. Querschnittes." Allgemeine Forstzeitschrift, Nr. 46.

7. " " " (1952) "Entwicklungsmöglichkeiten mitteleuropäischer Holzvorratsinventurmethoden." Zeitschrift f.Weltforstwirtschaft, 15/2.

8. P r o d a n M. (1955) "Zur Durchführung von Repräsentativaufnahmen." Allg. Forst-u.Jagdzeitung, 126 Jg.Heft 5/6

9. R i c h t e r A., G r o ß m a n n H., T h i e l e H. (1953) "Beiträge zur Methodik der Holzvorratsinventuren auf mathematisch-statistischer Grundlage." Archiv für Forstwesen, Band II, Heft 2-6.

10. W i n k l e r W. (1947) "Grundriß der Statistik" Teil I. Theoretische Statistik. Manz'sche Verlagsbuchhandlung, Wien, II. Auflage.

Herausgegeben von der Forstl. Bundesversuchsanstalt Mariabrunn
Wien XIII, Schönbrunn, Ob.Tirolergarten; Tel. L 12 5 27
Schriftleiter. Oberforstrat Dipl.Ing. Heinz Melzer
Kommissionsverlag Georg Fromme & Co., Wien und München

In der „Schriftenreihe der Forstlichen Bundesversuchsanstalt Mariabrunn in Wien“ sind bisher erschienen:

*Band 1:*
FORSTLICHE ARBEITSLEHRE UND MENSCHENFÜHRUNG (1954),
Referate von der GEFFA-Tagung 1952 in Ort bei Gmunden

*Band 2:*
FORSTLICHE HILFSTAFELN (1955)
Von Dipl.-Ing. Dr. Rudolf Frauendorfer

*Band 3:*
ERKENNE UND BEKÄMPFE DEN HAUSSCHWAMM UND SEINE BEGLEITER! (1955)
Von Prof. Dr. Kurt Lohwag

*Band 4:*
NEUZEITLICHE FORSTSAATGUTERZEUGUNG IN PFROPFPLANTAGEN (1956)
1. Teil: Plusbaumauswahl und Pfropfung
Von Hans Grüll und Obergärtner Wilhelm Trauninger

*Band 5:*
PLANIERGERÄTE IM FORSTLICHEN STRASSEN- UND WEGEBAU (1956)
Von Prof. Dipl.-Ing. Dr. Franz Hafner und Dipl.-Ing. Walter Hedenigg